

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM



NGÔ VĂN NGHI

**XÂY DỰNG HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÂN HÓA KHI DẠY HỌC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ
PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC Ở LỚP 11 TRƯỜNG THPT**
(Chương trình nâng cao)

Chuyên ngành: Lí luận và phương pháp dạy học bộ môn Toán

Mã số: 60.14.10

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS.TS VƯƠNG DƯƠNG MINH

THÁI NGUYÊN - 2009

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM



NGÔ VĂN NGHỊ

**XÂY DỰNG HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÂN HÓA KHI DẠY HỌC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ
PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC Ở LỚP 11 TRƯỜNG THPT**
(Chương trình nâng cao)

LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN - 2009

**ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM**



NGÔ VĂN NGHỊ

**XÂY DỰNG HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÂN HÓA KHI DẠY HỌC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ
PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC Ở LỚP 11 TRƯỜNG THPT**
(Chương trình nâng cao)

Chuyên ngành: Lí luận và phương pháp dạy học bộ môn Toán
Mã số: 60.14.10

TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN-2009

Luận văn đã được hoàn thành tại:
KHOA TOÁN - TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM THÁI NGUYÊN

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS VƯƠNG DƯƠNG MINH

Phản biện 1: TS NGUYỄN ANH TUẤN

Phản biện 2: PGS.TS ĐÀO THÁI LAI

Luận văn sẽ được bảo vệ trước hội đồng chấm luận văn
hợp tại: **TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM - ĐHTN**

Vào hồi 11 giờ, ngày 25 tháng 10 năm 2009

Có thể tìm hiểu luận văn tại:
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM - ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

THAI NGUYEN UNIVERSITY
THE COLLEGE OF TEACHING AND EDUCATION

NGO VAN NGHI

**BUILDING THE QUESTIONNAIRES AND
SPLITTED EXERCISES SYSTEM FOR TEACHING
TRIGONOMETRICAL EQUATION AND FUNCTION
TO PUPILS OF 11 GRADE AT HIGH SCHOOLS
(ADVANCED LEVEL)**

Major: Mathematics Teaching Methodology
Code: 60.14.10

A SUMMARY OF MA THESIS ON EDUCATIONAL SCIENCE

Supervisor of Science: PROF. DR. VUONG DUONG MINH

Thai Nguyen - 2009

MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Trong giai đoạn đổi mới hiện nay trước yêu cầu của sự nghiệp CNH- HĐH đất nước, để tránh nguy cơ bị tụt hậu về kinh tế và khoa học công nghệ thì việc cấp bách là phải nâng cao chất lượng giáo dục và đào tạo. Cùng với việc thay đổi về nội dung cần có thay đổi căn bản về phương pháp dạy học.

Hội nghị TW khoá IV đặc biệt nhấn mạnh “Một trong những nhiệm vụ cần tập trung giải quyết từ nay đến năm 2010 là nâng cao chất lượng và hiệu quả của giáo dục. Muốn vậy phải thực hiện đổi mới giáo dục toàn diện, đổi mới mạnh mẽ về nội dung, chương trình và phương pháp giáo dục theo hướng chuẩn hóa, hiện đại hóa”.

Luật giáo dục năm 2005 chương II mục 2 điều 25 có ghi: “Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động tư duy sáng tạo của HS; phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học, bồi dưỡng phương pháp tự học; khả năng làm việc theo nhóm, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn; tác động đến tình cảm đem lại niềm vui hứng thú học tập cho học sinh”. Và trong chương I điều 5 có ghi “Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực tự giác, chủ động tư duy sáng tạo của người học, bồi dưỡng năng lực tự học khả năng thực hành, lòng say mê học tập và ý trí vươn lên”.

Chương trình THPT được triển khai thực hiện dưới hình thức phân ban kết hợp với dạy học tự chọn, đó chính là giải pháp thực hiện *dạy học phân hóa*-một trong những định hướng cơ bản của quá trình giáo dục. Dạy học phân hóa đòi hỏi ngoài việc cung cấp những kiến thức cơ bản và phát triển những kỹ năng cần thiết cho học sinh, còn cần chú ý tạo ra các cơ hội lựa chọn về nội dung và phương pháp phù hợp với trình độ, năng lực nhận thức và nguyện vọng của học sinh.

Thực tiễn ở các trường phổ thông hiện nay, quan điểm phân hoá trong dạy học chưa được quan tâm đúng mức. Giáo viên chưa được trang bị đầy đủ những hiểu biết và kỹ năng dạy học phân hóa, chưa thực sự coi trọng yêu cầu phân hóa trong dạy học. Đa số các giờ dạy vẫn được tiến hành đồng loạt, áp dụng như nhau cho mọi đối tượng học sinh, các câu hỏi, bài tập đưa ra cho mọi đối tượng học sinh đều có chung một mức độ khó-dễ. Do đó, không phát huy được tính tối đa năng lực cá nhân của học sinh, chưa kích thích được tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh trong việc chiếm lĩnh tri thức, dẫn đến chất lượng giờ dạy không cao, chưa đáp ứng được mục tiêu giáo dục.

Từ thực tế đó đòi hỏi mỗi giáo viên trong khâu chuẩn bị giáo án cũng như trong khi tiến hành tổ chức các hoạt động dạy học, phải làm thế nào để tác động đến từng cá nhân học sinh với những đặc điểm khác nhau về năng lực, sở thích, nhu cầu sao cho phát huy được tối đa khả năng của bản thân mỗi học sinh trong học tập.

Đứng trước nhu cầu đó đã làm nảy sinh và thúc đẩy một cuộc vận động đổi mới phương pháp dạy học ở tất cả các cấp trong ngành giáo dục đào tạo, dần dần khắc phục những tồn tại phổ biến của phương pháp dạy học cũ như: Thuyết trình tràn lan, GV cung cấp kiến thức dưới dạng có sẵn, thiếu sự phân hóa. Thầy áp đặt, trò thụ động, thiên về dạy, yếu về học, không kiểm soát được việc học. Thay vào đó là sự đổi mới về phương pháp dạy học, với những tư tưởng chủ đạo được phát triển dưới nhiều hình thức khác nhau như “Lấy học sinh làm trung tâm”, “Phương pháp dạy học theo hướng tích cực”, “Tích cực hóa hoạt động dạy và học”. Đó là một hướng đổi mới PPDH được đông đảo các nhà nghiên cứu, các nhà lí luận và các Thầy cô giáo quan tâm. Việc vận dụng phương pháp này vào dạy học môn toán còn gặp rất nhiều hạn chế, còn có những vấn đề cần phải nghiên cứu áp dụng một cách cụ thể. Trong các vấn đề đó có vấn đề dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở trường THPT. Trong giải tích toán học thì khái niệm hàm số lượng giác và phương trình lượng giác là một trong những khái niệm quan trọng nó chứa đựng nhiều kiến thức, nhiều tư duy, nhất là tư duy trừu tượng, tư duy logic, ... Trong đó thể hiện nhiều thao tác tư duy: phân tích, tổng hợp, trừu tượng hoá, khái quát hóa, đặc biệt hóa, ... Nó đòi hỏi phẩm chất tư duy như : Linh hoạt sáng tạo, sự tính toán chính xác, các phẩm chất đạo đức kiên trì chịu khó.

Mặt khác hàm số lượng giác và phương trình lượng giác là một khái niệm mới và trừu tượng đối với HS THPT, hơn nữa phân phối chương trình hàm số lượng giác và phương trình lượng giác chiếm một thời gian rất ít nên việc nắm vững lí thuyết và vận dụng vào làm bài tập đối với HS là rất khó khăn, HS gặp không ít lúng túng sai sót khi làm bài tập. Nếu các giờ dạy vẫn được tiến hành đồng loạt, áp dụng như nhau cho mọi đối tượng học sinh, các câu hỏi, bài tập đưa ra cho mọi đối tượng học sinh đều có chung một mức độ khó - dễ thì sẽ không phát huy được khả năng tư duy sáng tạo của học sinh khá, giỏi. Còn học sinh yếu, kém thì sẽ không nắm được kiến thức và hình thành được kỹ năng cơ bản. Điều đó làm cho đa số học sinh yếu, kém và trung bình chưa rõ khi học nội dung trên. Đồng thời một số giáo viên còn gặp trở ngại khi dạy học nội dung đó.

Vì những lí do trên, chúng tôi chọn đề tài là: *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở lớp 11 trường THPT* (chương trình nâng cao).

2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU, NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU

2.1. Mục đích nghiên cứu

Xây dựng được hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học “**Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác**” ở lớp 11, nhằm nâng cao hiệu quả dạy và học Đại số và Giải tích (nâng cao) ở trường THPT.

2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu

+ Hệ thống hóa một số vấn đề lí luận về dạy học phân hóa, về câu hỏi và bài tập phân hóa.

+ Bảng điều tra và quan sát tìm hiểu thực trạng dạy học phân hóa môn toán. Trong đó có thực trạng dạy và học phân hóa nội dung “Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác” lớp 11 nâng cao.

+ Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác ở lớp 11 trường THPT.

+ Kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa đã được xây dựng.

3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

- *Phương pháp nghiên cứu lý luận:* Nghiên cứu các tài liệu có liên quan đến đề tài.

- *Phương pháp điều tra, quan sát:* Điều tra thực trạng dạy học phân hóa bằng phiếu trắc nghiệm, dự giờ, trao đổi ý kiến với giáo viên, hỏi ý kiến chuyên gia.

- *Phương pháp thực nghiệm sư phạm:* Tiến hành thực nghiệm sư phạm ở một trường THPT nhằm kiểm tra các kết quả nghiên cứu trong thực tiễn dạy học ở trường THPT.

4. GIẢ THUYẾT KHOA HỌC

Nếu xây dựng được một hệ thống câu hỏi và bài tập có tính chất phân hóa khi dạy học Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở lớp 11 trường THPT thì sẽ phát huy cao độ tính tích cực, chủ động của từng học sinh, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Đại số và giải tích nâng cao.

5. CẤU TRÚC LUẬN VĂN

Ngoài phần mở đầu, kết luận, tài liệu tham khảo, nội dung chính của luận văn gồm ba chương.

Chương I. Cơ sở lí luận và thực tiễn của dạy học phân hóa.

Chương II. Xây dựng một hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác ở lớp 11 THPT (theo chương trình Đại số và Giải tích nâng cao).

Chương III. Thực nghiệm sư phạm.

Chương I

CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN CỦA DẠY HỌC PHÂN HÓA

1.1. Một số vấn đề về dạy học phân hóa

1.1.1. Khái niệm dạy học phân hóa

Trong lịch sử giáo dục: Học sinh là một danh từ chung chỉ những người tiếp thu dưới sự giáo dục của giáo viên. Lớp học là một tập thể học sinh đồng nhất, gồm những học sinh cùng một trình độ, cùng một lứa tuổi, ... Có cùng một mục tiêu chung. Hiện nay phương pháp dạy học tập thể hóa đã không đáp ứng được nhu cầu tới từng cá nhân học sinh, do có sự khác nhau về năng lực nhận thức của mỗi cá nhân học sinh nói trên. Chính vì vậy, việc quan tâm tới cá nhân người học và việc học trên bình diện tổ chức cũng như trên bình diện giáo dục là cần thiết.

Theo từ điển Tiếng Việt, *Phân hóa là chia ra thành nhiều bộ phận khác hẳn nhau*[24]. Có nhiều tiêu chí để “chia”, như chia theo lứa tuổi, chia theo giới tính, chia theo dân tộc, chia theo địa bàn cư trú, ... Ở đây ta chỉ giới hạn trong việc chia theo năng lực và nhu cầu của người học.

Để tăng hiệu quả của việc dạy học, ta có thể “chia” người học thành nhiều “bộ phận” khác nhau theo khả năng nhận thức để có cách dạy học phù hợp với từng “bộ phận” - đây chính là *dạy học phân hóa*.

Dạy học phân hóa xuất phát từ sự biện chứng của thống nhất và phân hóa, từ yêu cầu đảm bảo thực hiện tốt các mục tiêu dạy học đối với tất cả mọi học sinh, đồng thời khuyến khích tối đa và tối ưu những khả năng của cá nhân (theo GS.TSKH Nguyễn Bá Kim).

Hơn nữa, việc dạy học trong nhà trường hướng tới các đối tượng học sinh rất đa dạng với sự khác nhau về năng lực, sở thích, nguyện vọng, điều kiện học tập, ... Do vậy dạy học theo một chương trình giống nhau với cách thức tổ chức dạy học như nhau cho mọi đối tượng học sinh là không phù hợp với yêu cầu phát triển của từng người học. Trong dạy học cần phải xuất phát từ tình hình thực tế học sinh, dựa vào đặc điểm phát triển tâm lý, dựa vào vốn hiểu biết của các em, dựa vào mặt mạnh, mặt yếu của các em mà tìm cách dạy thích hợp. Từ đó, dạy học phân hóa phải tính đến trình độ phát triển khác nhau, đến đặc điểm tâm lý khác nhau của mỗi học sinh, làm cho mọi học sinh có thể phát triển phù hợp với năng lực và nhu cầu của mình. Như vậy:

Dạy học phân hóa là cách thức dạy học đòi hỏi phải tổ chức, tiến hành các hoạt động dạy học dựa trên những khác biệt của người học về năng lực, nhu cầu nhận thức, các điều kiện học tập nhằm tạo ra những kết quả học tập và sự phát triển tốt nhất cho từng người học, đảm bảo công bằng trong giáo dục, tức là đảm bảo quyền bình đẳng về cơ hội học tập cho người học.

1.1.2. Những cấp độ và hình thức dạy học phân hóa

Dạy học phân hóa được thực hiện ở hai cấp độ: *cấp độ vi mô* và *cấp độ vĩ mô*.

1.1.2.1. Dạy học phân hóa ở cấp vi mô

Dạy học phân hóa ở cấp độ vi mô là tìm kiếm các phương pháp, kĩ thuật dạy học để mỗi học sinh hoặc mỗi nhóm học sinh, với nhịp độ học tập khác nhau trong giờ học đều đạt được kết quả mong muốn.

Dạy học phân hóa ở cấp độ vi mô bao gồm dạy học phân hóa nội tại và dạy học phân hóa về tổ chức.

a. Dạy học phân hóa nội tại: là sự tổ chức quá trình dạy học trong một tiết học, một lớp học có tính đến các đặc điểm cá nhân của học sinh; là việc sử dụng những biện pháp phân hóa thích hợp trong một lớp học thống nhất với cùng một kế hoạch học tập, cùng một chương trình và sách giáo khoa. Đây chính là sự cá nhân hóa trong quá trình dạy học.

Trong các giờ học chính khoá, giáo viên có thể sử dụng một số biện pháp phân hóa sau:

❖ Đối xử cá biệt ngay trong những giờ dạy học đồng loạt dựa trên trình độ phát triển chung. Như:

- + Giao nhiệm vụ phù hợp với từng loại đối tượng học sinh.
- + Đối với nhóm học sinh khá giỏi, giáo viên giao cho các em những nhiệm vụ có tính tìm tòi, phát hiện, nâng cao yêu cầu khi các em đã vượt qua được yêu cầu chung cho cả lớp. Đối với nhóm học sinh yếu kém thì câu hỏi chỉ mang tính trực quan hoặc có tác dụng rèn một kĩ năng nào đó, câu hỏi ít đòi hỏi tư duy, kèm theo những câu hỏi gợi ý hoặc câu hỏi nhỏ, khuyến khích học sinh yếu kém khi các em cần trả lời câu hỏi.

+ Ra bài tập có phân bậc hoặc ra thêm bài tập để đào sâu, nâng cao cho những học sinh khá giỏi.

❖ Phân hóa sự giúp đỡ của thầy: Học sinh yếu kém được giúp đỡ nhiều hơn học sinh khá giỏi. Ví dụ: với cùng một nhiệm vụ là giải bài tập, nhóm học sinh khá giỏi được yêu cầu tự thảo luận tìm lời giải, còn nhóm học sinh yếu kém có thể được giáo viên gợi ý, hướng dẫn.

❖ Tác động qua lại giữa các học sinh, khuyến khích sự giao lưu giữa các học sinh như thảo luận trong lớp, học theo cặp và học theo nhóm, lấy chỗ mạnh của học sinh này để điều chỉnh nhận thức học sinh khác.

❖ Phân hóa bài tập về nhà theo số lượng bài tập, theo nội dung bài tập, theo yêu cầu về tính độc lập. Ngoài bài tập ra chung cho cả lớp, cần ra riêng bài tập cho học sinh yếu, kém và ra riêng bài tập cho học sinh khá giỏi. Đối với những học sinh khá giỏi cần ra thêm những bài tập nâng cao, đòi hỏi tư duy sáng tạo. Còn đối với học sinh yếu kém, bài tập có thể hạ thấp mức độ khó, chứa nhiều yếu tố dẫn dắt, chủ yếu là bài tập mang tính rèn luyện kỹ năng. Ra riêng những bài tập nhằm đảm bảo trình độ xuất phát cho những học sinh yếu kém để chuẩn bị cho bài học sau.

❖ Phân hóa trong việc kiểm tra, đánh giá học sinh: Yêu cầu cao hơn đối với học sinh khá giỏi, hạ thấp yêu cầu đối với học sinh yếu kém. Bên cạnh những câu hỏi và bài tập hướng vào yêu cầu cơ bản, cần có những câu hỏi và bài tập nâng cao, đào sâu, đòi hỏi vận dụng kiến thức một cách tổng hợp để phân loại được học sinh.

b. Dạy học phân hóa về tổ chức: là hình thành những nhóm học ngoại khóa, bồi dưỡng học sinh giỏi, giúp đỡ học sinh yếu kém, ...

❖ Hoạt động ngoại khóa: là những hoạt động giáo dục đa dạng nằm ngoài kế hoạch và chương trình nội khóa (nội tại) với mục đích nhằm hỗ trợ việc dạy học nội khóa như: gây hứng thú học tập môn toán cho học sinh, mở rộng, đào sâu kiến thức tạo điều kiện gắn liền kiến thức với thực tiễn, gắn liền với đời sống xã hội, học đi đôi với hành, rèn cho học sinh cách thức làm việc tập thể, tạo điều kiện phát hiện và bồi dưỡng những học sinh có năng khiếu. Thông qua hoạt động ngoại khóa, giáo viên có thể phát hiện những học sinh có năng khiếu toán học thể hiện ở sự say mê hoạt động toán học, khả năng phát hiện và giải quyết những vấn đề toán học nảy sinh trong lý thuyết toán học cũng như trong thực tiễn. Qua đó tạo điều kiện góp phần bồi dưỡng những học sinh này.

Các hình thức hoạt động ngoại khóa gồm: thăm quan, nói chuyện ngoại khóa, sinh hoạt câu lạc bộ, báo toán, ...

❖ Bồi dưỡng học sinh giỏi: Trong quá trình học tập bộ môn, có những học sinh có trình độ kiến thức, kỹ năng và tư duy vượt trội so với các học sinh khác, có khả năng hoàn thành nhiệm vụ môn học một cách dễ dàng. Đó là những học sinh giỏi bộ môn đó.

Việc bồi dưỡng học sinh giỏi một mặt được tiến hành trong những giờ dạy học đồng loạt bằng những biện pháp phân hóa, mặt khác được thực hiện bằng cách bồi dưỡng tách riêng diện này trên nguyên tắc tự nguyện.

Nhóm học sinh giỏi toán gồm những học sinh cùng lớp, cùng khối đều có khả năng về toán, yêu thích môn Toán và tự nguyện xin bồi dưỡng nâng cao về môn này. Đây chính là lực lượng nòng cốt của nhà trường về mặt ngoại khóa đối với những nhóm học sinh giỏi toán.

Mục đích bồi dưỡng học sinh giỏi toán: nâng cao hứng thú học tập môn Toán, Đào sâu và mở rộng kiến thức trong giáo trình, làm rõ cho học sinh thấy vai trò của Toán học trong cuộc sống, bồi dưỡng cho học sinh tác phong phương pháp nghiên cứu và tự đọc sách.

Nội dung bồi dưỡng nhóm học sinh giỏi bao gồm:

+ Nghe thuyết trình những tri thức bộ môn Toán bổ sung cho nội khóa: như lịch sử toán, ứng dụng Toán học,... Người thuyết trình có thể là thầy giáo hay bản thân học sinh hoặc người làm công tác khoa học công nghệ ...

+ Giải những bài tập nâng cao: Những loại bài tập này nhằm đào sâu và mở rộng những tri thức nội khóa có những đặc điểm như bài tập tổng hợp đòi hỏi vận dụng và phối hợp nhiều tri thức; bài tập yêu cầu học sinh nghiên cứu độc lập cao độ trong các khâu phát hiện và giải quyết vấn đề, trình bày và bảo vệ kết quả, giải quyết những vấn đề trong thực tiễn mang tính địa phương và thời sự; bài toán vui như trong “Toán học và tuổi trẻ” ...

+ Học chuyên đề: Là những vấn đề đối lớn bổ sung cho nội khóa và nâng cao tầm hiểu biết của học sinh như một số yếu tố của logic toán và ứng dụng trong toán học.

+ Tham quan, thực hành và ứng dụng môn học: Ngoài việc nâng cao kiến thức cho học sinh còn nhằm thực hiện nguyên lí giáo dục học đi đôi với hành, lí thuyết gắn liền với thực tiễn, nhà trường gắn liền với xã hội.

+ Làm nòng cốt cho những sinh hoạt ngoại khóa về Toán: Những hoạt động đó là viết báo toán, tổ chức câu lạc bộ toán, làm đồ dùng dạy học, ...

❖ Giúp đỡ học sinh yếu kém: Học sinh yếu kém về toán là những học sinh có kết quả học tập bộ môn thường xuyên dưới trung bình. Việc lĩnh hội tri thức, rèn luyện kĩ năng cần thiết ở những học sinh này thường đòi hỏi nhiều công sức và thời gian so với các học sinh khác. Sự yếu kém học tập bộ môn toán có nhiều biểu hiện nhưng nhìn chung có ba điểm cơ bản:

+ Nhiều “lỗ hổng” về kiến thức và kĩ năng.

+ Tiếp thu chậm.

+ Phương pháp học tập bộ môn chưa phù hợp.

Giáo viên cần nắm ba đặc điểm đó để có thể giúp đỡ học sinh yếu kém một cách có hiệu quả. Cũng như việc bồi dưỡng học sinh giỏi, việc giúp đỡ học sinh yếu kém một mặt cần được thực hiện ngay trong những tiết dạy học đồng loạt, bằng những biện pháp phân hóa thích hợp. Mặt khác cần có sự giúp đỡ riêng của giáo viên đối với nhóm học sinh này thông qua hình thức học phụ đạo. Nội dung giúp đỡ học sinh yếu kém cần theo hướng sau đây:

+ Lắp “lỗ hổng” về kiến thức và bồi dưỡng kỹ năng để đảm bảo trình độ xuất phát cho những tiết lên lớp.

+ Luyện tập vừa sức học sinh yếu kém: Tăng thêm số lượng bài tập cùng thể loại và mức độ, sử dụng bài tập phân bậc mịn,

+ Bồi dưỡng phương pháp học tập bộ môn toán: Đây chính là một trong những biện pháp khắc phục tình trạng học sinh yếu kém để rèn luyện kỹ năng học tập. Giáo viên bồi dưỡng cho học sinh ngay cả trong những hiểu biết sơ đẳng về cách thức học toán như lắng lý thuyết mới và làm bài tập phải đọc kỹ đầu bài, vẽ hình sáng sủa (nếu cần),... Giáo viên khắc phục cho học sinh như chưa đọc kỹ đầu bài đã đi vào làm bài tập, vẽ hình (nếu cần) câu thả, ...

1.1.2.2. Dạy học phân hóa ở cấp vĩ mô

Phân hóa ở cấp độ vĩ mô thể hiện ở các hình thức tổ chức dạy học với những nội dung khác nhau cho từng lớp đối tượng khác nhau nhằm tạo điều kiện cho HS phát triển năng lực và thiên hướng tốt nhất[9].

Dạy học phân hóa ở cấp vĩ mô là sự tổ chức quá trình dạy học thông qua cách tổ chức các loại trường, lớp khác nhau cho các đối tượng học sinh khác nhau, xây dựng các chương trình giáo dục khác [6].

Một số hình thức dạy học phân hóa ở cấp vĩ mô[4]:

❖ **Phân ban:** Đặc điểm của hình thức này là mỗi trường tổ chức dạy học theo một số ban đã được quy định. Khi thực hiện phân ban, những học sinh có năng lực sở thích, nhu cầu, điều kiện học tập tương đối giống nhau được tổ chức thành nhóm học theo cùng một chương trình (mỗi nhóm như vậy gọi là một ban). Chương trình học tập của mỗi ban gồm các môn học nhất định, với khối lượng nội dung và thời lượng dạy học được quy định thống nhất như nhau trong toàn quốc. Hình thức này có ưu điểm là thuận lợi về mặt quản lý. Nhưng hình thức này lại có nhược điểm là kém mềm dẻo, khó đáp ứng được sự phân hóa hết sức đa dạng về năng lực, hứng thú và nhu cầu của các đối tượng học sinh khác nhau.

Hình thức này đã được thực hiện thí điểm ở nước ta từ năm 1993 đến năm 1997 với ba ban là : Khoa học tự nhiên (A), Khoa học tự nhiên - kỹ thuật (B), Khoa học xã hội (C).

❖ **Dạy học tự chọn:** Đặc điểm của hình thức phân hóa này là các môn học và giáo trình được chia thành các môn học và giáo trình bắt buộc tạo thành cốt lõi cho mọi học sinh và nhóm các môn học, giáo trình tự chọn nhằm đáp ứng sự khác biệt về năng lực, hứng thú và nhu cầu học tập của các đối tượng học sinh khác nhau. Như vậy dạy học tự chọn là dạy học hướng đến từng cá nhân học sinh, cho phép mỗi học sinh ngoài việc học theo một chương trình chung còn có thể học một chương trình với các môn học khác nhau, hoặc có thể học các chủ đề khác nhau trong một môn học. Hình thức này có ưu điểm là khả năng phân hóa cao, có thể đáp ứng được những khác biệt hết sức đa dạng của học sinh. Nhưng hình thức này có bộc lộ một số nhược điểm như học vắn cơ bản của học sinh dễ bị hạ thấp và thiếu hệ thống do tâm lý chọn giáo trình dễ, mà bỏ qua giáo trình khó của các môn học truyền thống quan trọng như Toán, Lí,... Đặc biệt hình thức này đòi hỏi rất cao về năng lực quản lý cũng như trình độ của giáo viên và trang thiết bị của nhà trường.

❖ **Phân ban kết hợp với dạy học tự chọn:** Đặc điểm của hình thức này là học sinh vừa được phân chia học theo các ban khác nhau, đồng thời học sinh được chọn một số môn học và giáo trình tự chọn ngoài phần nội dung học tập bắt buộc chung cho mỗi ban. Hình thức này cho phép tận dụng được những ưu điểm và khắc phục một phần nhược điểm của hai hình thức phân hóa trên.

Hình thức này được nhiều nước trên thế giới áp dụng như Pháp, Nga, ... Hiện nay nền giáo dục trung học phổ thông của nước ta cũng đang thực hiện phân ban kết hợp với dạy học tự chọn.

❖ **Phân luồng:** Đặc điểm của hình thức này là được thực hiện sau cấp trung học cơ sở và trung học phổ thông, nhằm tạo ra cơ hội cho học sinh tiếp tục học tập hoặc làm việc sau khi đã hoàn thành một cấp học. Mỗi cơ hội là một “luồng”.

Ví dụ: Sau cấp trung học cơ sở có những luồng như: Tiếp tục học trung học phổ thông, học trung cấp chuyên nghiệp, học nghề, tham gia làm việc tại các cơ sở lao động, sản xuất.

Trong giới hạn của đề tài, chúng tôi chỉ đề cập đến *hình thức phân hoá nội tại*.

1.1.3. Những tư tưởng chủ đạo dạy học phân hóa

Dạy học phân hóa ở trường phổ thông cần được tiến hành theo các tư tưởng chủ đạo sau:

1.1.3.1 Lấy trình độ phát triển chung của học sinh trong lớp làm nền tảng.

Trong dạy học phải lấy trình độ phát triển chung và điều kiện chung của học sinh trong lớp làm nền tảng, phải hướng vào những yêu cầu thật cơ bản. Mỗi học sinh bình thường đều có khả năng học được, nắm được chương trình phổ thông. Nhưng giữa học sinh này với học sinh khác lại có sự khác biệt về đặc điểm tâm lý cá nhân khiến cho học sinh này có khả năng, sở trường, hứng thú nhiều hơn về một mặt nào đó và học sinh kia lại có khả năng, sở trường, hứng thú nhiều hơn về mặt khác trong quá trình học tập. Do đó ngoài việc làm cho mọi học sinh đều đạt được yêu cầu của chương trình và phát triển toàn diện, mặt khác cần phát huy khả năng, sở trường, hứng thú, năng khiếu của từng em. Tuy nhiên việc phát huy năng khiếu, việc “nâng cao” phải dựa trên cơ sở làm tốt việc chung, việc “phổ cập” và việc phát triển toàn diện của bản thân em có năng khiếu. Như vậy, trước hết cần xác định nội dung và phương pháp dạy học phù hợp với trình độ chung và điều kiện chung của học sinh trong lớp. Trên cơ sở đó xây dựng các nội dung và phương pháp có sự phân hóa cho các đối tượng học sinh khác nhau.

1.1.3.2. Sử dụng những biện pháp phân hóa để đưa diện học sinh yếu kém lên trình độ chung

Đối tượng học sinh yếu kém trong một lớp học thống nhất là đối tượng chưa thực sự nắm và hiểu được những kiến thức cơ bản của chương trình, có kết quả học của bộ môn thường xuyên dưới trung bình.

Giáo viên phải phát hiện ra những học sinh yếu kém. Để trong quá trình giảng dạy có biện pháp phù hợp, cố gắng để đưa những học sinh yếu kém đạt được những tiền đề cần thiết để có thể hòa vào học tập đồng loạt theo trình độ chung.

Ví dụ: Về câu hỏi dành cho nhóm học sinh yếu kém thường là những câu hỏi mang tính trực quan, ít đòi hỏi tư duy, kèm theo những câu hỏi gợi ý hoặc những câu hỏi nhỏ. Bài tập chứa những yếu tố dẫn dắt và chủ yếu là mang tính rèn luyện kỹ năng.

1.1.3.3. Có những nội dung bổ sung và biện pháp phân hóa giúp học sinh khá, giỏi đạt được những yêu cầu nâng cao trên cơ sở đã đạt được những yêu cầu cơ bản

Đối với học sinh khá giỏi trên cơ sở đã đạt được những yêu cầu cơ bản và để tạo điều kiện cho học sinh phát huy được tối đa năng lực, sở trường, năng khiếu, ... Giáo viên cần phải có những nội dung nhằm bổ sung, đào sâu kiến thức giúp học sinh khá giỏi nâng cao kiến thức.

Ví dụ: Tổ chức cho các em học sinh khá giỏi học các chuyên đề nâng cao, hoặc ngay trong những giờ dạy học đồng loạt, giáo viên có thể giao cho nhóm học sinh khá giỏi những nhiệm vụ có tính chất tìm tòi, phát hiện và sáng tạo, các câu hỏi đòi hỏi có sự tư duy cao, tổng hợp nhiều kiến thức, các bài tập có hoạt động học tập ở bậc cao hơn so với các đối tượng học sinh khác.

1.1.4. Tại sao phải dạy học phân hóa

Dạy học phân hóa là cần thiết bởi những lí do chủ yếu sau:

❖ Dạy học phân hóa góp phần đáp ứng yêu cầu đào tạo và phân công lao động xã hội để mỗi thành viên đóng góp hiệu quả nhất trong công việc trên cơ sở đã được chuẩn bị tốt theo định hướng từ nhà trường. Đây thực chất là đáp ứng yêu cầu phân luồng lao động của xã hội mà nhà trường phải thực hiện.

❖ Dạy học phân hóa phù hợp với quy luật phát triển nhận thức và hình thành các đặc điểm tâm lí của học sinh. Ngay từ những lớp cuối của trung học cơ sở, học sinh đã bộc lộ rõ thiên hướng, sở trường và hứng thú đối với những lĩnh vực kiến thức, kỹ năng nhất định.

❖ Dạy học phân hóa ở trung học phổ thông là cần thiết và phù hợp với xu thế chung của thế giới. Hiện nay hầu như không còn nước nào dạy học theo một chương trình và kế hoạch duy nhất cho mọi học sinh trung học phổ thông.

1.2. Câu hỏi và bài tập trong dạy học phân hóa

1.2.1. Khái niệm câu hỏi

Theo Aristotle: “Câu hỏi là một mệnh đề trong đó chứa đựng cả cái đã biết và cả cái chưa biết”.

Câu hỏi = Cái đã biết + Cái chưa biết.

Đề cập cho rằng: Không có câu hỏi thì không có tư duy cá nhân, cũng như tư duy nhân loại. Ông cũng nhấn mạnh dấu hiệu bản chất của câu hỏi là phải có mối quan hệ giữa cái đã biết và cái chưa biết. Phải có tỉ lệ phù hợp giữa 2 đại lượng đó thì chủ thể nhận thức mới xác định được phương hướng mình phải làm gì để trả lời câu hỏi đó. Khi chủ thể nhận thức đã định rõ được cái mình đã biết và cái mình chưa biết thì lúc bấy giờ mới đặt được câu hỏi và đến lúc đó thì câu hỏi mới thực sự mới trở thành sản phẩm của quá trình nhận thức.

Câu hỏi là một dạng cấu trúc ngôn ngữ để diễn đạt một yêu cầu, một đòi hỏi, một mệnh lệnh mà người học cần giải quyết. Như vậy:

Câu hỏi là một dạng cấu trúc ngôn ngữ diễn đạt một yêu cầu mà người học cần giải quyết, trong đó bao hàm cả cái đã biết và cái chưa biết.

Theo nhiệm vụ dạy học: Có câu hỏi tái hiện, câu hỏi gợi mở, câu hỏi củng cố kiến thức, câu hỏi hệ thống hóa kiến thức cho ôn tập.

Theo mức khái quát của các vấn đề: Có câu hỏi khái quát, câu hỏi theo chủ đề bài học, câu hỏi theo nội dung bài học.

Theo mức độ tham gia của hoạt động nhận thức của người học: Có câu hỏi tái tạo và câu hỏi sáng tạo.

Mỗi loại câu hỏi đều có ý nghĩa, vị trí nhất định trong quá trình dạy học. Việc xây dựng lựa câu hỏi và sử dụng câu hỏi phải phù hợp với nhiệm vụ dạy học và khả năng nhận thức của người học.

1.2.2. Khái niệm bài tập

Theo Nguyễn Gia Cốc: “Bài tập là một tình huống kích thích đòi hỏi một lời giải đáp không có sẵn ở người giải tại thời điểm bài tập được đưa ra”.

Định nghĩa này bao hàm ba ý chính:

+ Chỉ có bài tập đối với người nào đó hay nói chính xác hơn là đối với trạng thái phát triển nào đó của người giải.

+ Lời giải đáp phải tương thích với tình huống của bài tập.

+ Lời giải đáp gắn liền với tình huống như một đặc trưng của tình huống mà người giải đã quen thuộc.

Việc giải bài tập có nhiều ý nghĩa:

+ Là hình thức tốt nhất để củng cố, đào sâu, hệ thống hóa kiến thức và rèn luyện kỹ năng, kỹ xảo. Đó còn là phương tiện có hiệu quả để dạy học sinh biết suy nghĩ sáng tạo và thúc đẩy học sinh tích cực thu nhận kiến thức mới.

+ Là hình thức vận dụng những kiến thức đã học vào các vấn đề cụ thể, vào thực tế.

+ Là hình thức tốt nhất để giáo viên kiểm tra học sinh và học sinh tự kiểm tra mình về năng lực, về mức độ tiếp thu và vận dụng kiến thức đã học.

Theo Nguyễn Ngọc Quang: “Bài toán là một hệ thông tin xác định, bao gồm những điều kiện và những yêu cầu mà thoạt đầu chủ thể nhận thức thấy không phù hợp (mâu thuẫn) với nhau, dẫn tới nhu cầu phải khắc phục bằng cách biến đổi chúng.

Như vậy có thể hiểu rằng: ***Bài tập là một tình huống có vấn đề hoặc một hệ thông tin xác định đòi hỏi chủ thể nhận thức phải giải quyết bằng cách biến đổi***

chúng. Giữa câu hỏi và bài tập thật ra không có sự phân biệt rành mạch. Theo định nghĩa nêu trên thì câu hỏi cũng là bài tập. Nhiều người cho rằng câu hỏi được hiểu và được dùng khi muốn hỏi về những kiến thức thuộc các đơn vị lý thuyết. Còn khái niệm bài tập được hiểu và được dùng trong việc vận dụng kiến thức lý thuyết để làm bài tập thực hành. Trên thực tế mỗi câu hỏi cũng có thể coi là một bài tập và ngược lại.

Ví dụ: Kết quả của $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) = -1$ có đúng không?

Ở ví dụ trên: Vừa là câu hỏi vì có từ để hỏi; vừa là bài tập vì câu trả lời là đúng. Vậy để trả lời câu hỏi này, học sinh phải vận dụng kiến thức để chứng minh khẳng định là đúng.

1.2.3. Câu hỏi và bài tập phân hóa

Câu hỏi và bài tập phân hóa được hiểu là những câu hỏi và bài tập có ý đồ để những học sinh khác nhau có thể tiến hành những hoạt động khác nhau phù hợp với trình độ phát triển khác nhau của họ.

Qua việc trả lời các câu hỏi và bài tập phân hóa, học sinh bộc lộ rõ năng lực, trình độ, sở trường, điểm mạnh, điểm yếu về kiến thức, kỹ năng của họ. Có thể phân hóa bằng cách sử dụng những câu hỏi và bài tập phân bậc với mức độ khó, dễ khác nhau hoặc phân hóa về số lượng. Để kiến tạo một kiến thức, rèn luyện một kỹ năng nào đó, một số học sinh này có thể cần nhiều câu hỏi và bài tập cùng loại hơn một số học sinh khác. Do vậy, cần ra đủ liều lượng câu hỏi và bài tập cho từng loại đối tượng. Những học sinh còn thừa thời gian, đặc biệt là học sinh khá giỏi sẽ nhận thêm những câu hỏi và bài tập thêm để đào sâu và nâng cao.

1.2.4. Những chức năng của câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học

Mỗi câu hỏi và bài tập cụ thể được đặt ra ở thời điểm nào đó của quá trình dạy học, đều chứa đựng một cách tường minh hay tiềm ẩn những chức năng khác nhau. Những chức năng này đều hướng đến việc thực hiện các mục đích dạy học.

Trong dạy học môn Toán, câu hỏi và bài tập mang các chức năng sau:

1.2.4.1. Chức năng dạy học: Câu hỏi và bài tập nhằm hình thành, củng cố cho học sinh những tri thức, kỹ năng, kỹ xảo ở các giai đoạn khác nhau của quá trình dạy học. Với vai trò là giá mang hoạt động của học sinh.

1.2.4.2. Chức năng giáo dục: Câu hỏi và bài tập có thể giúp cá thể hóa cách học một cách tối ưu, tạo điều kiện cho học sinh tự học và rèn luyện phương pháp học, phương pháp nghiên cứu khoa học bộ môn. Do đó câu hỏi và bài tập nhằm hình

thành cho học sinh thể giới quan duy vật biện chứng, hứng thú học tập, phẩm chất đạo đức của người lao động mới, ý thức vận dụng kiến thức toán học vào đời sống.

1.2.4.3. Chức năng phát triển: Câu hỏi và bài tập nhằm phát triển năng lực tư duy của học sinh, góp phần rèn luyện các thao tác trí tuệ, hình thành những phẩm chất của tư duy khoa học.

1.2.4.4. Chức năng kiểm tra: Câu hỏi và bài tập nhằm đánh giá năng lực của học sinh, mức độ tiếp thu và vận dụng kiến thức đã học, đánh giá khả năng độc lập học toán và trình độ phát triển của học sinh.

Trong quá trình dạy học Toán, các chức năng trên không bộc lộ một cách riêng lẻ và cũng không tách rời nhau. Việc nhấn mạnh chức năng này hay chức năng khác phụ thuộc vào việc khai thác câu hỏi và bài tập, vào năng lực sư phạm và nghệ thuật dạy học của giáo viên nhằm phục vụ có hiệu quả theo yêu cầu của tiết dạy cho từng đối tượng học sinh cụ thể. Chẳng hạn đối với đối tượng học sinh đại trà: Cần nhấn mạnh chức năng dạy học và chức năng kiểm tra; nhưng đối với đối tượng học sinh khá giỏi: Cần khai thác câu hỏi và bài tập để nhấn mạnh chức năng phát triển.

1.3. Thực trạng của dạy học phân hóa môn Toán ở trường THPT

Theo kết quả nghiên cứu của PGS.TS Tôn Thân thực trạng thực hiện chương trình giáo dục phổ thông theo định hướng phân hóa thể hiện ở một số điểm sau:

❖ Sự phân hóa thể hiện trong các tài liệu dạy học, mức độ phân hóa thể hiện rõ nhất ở các sách bài tập và sách giáo khoa THPT. Hoạt động dạy học nhằm đạt yêu cầu phân hóa đang được thực hiện khác nhau ở các trường.

❖ Để đáp ứng yêu cầu dạy học phân hóa, nhà trường thường quan tâm đến việc “Thiết kế bài dạy có chú ý đến phần kiến thức chung và phần dành riêng cho học sinh giỏi và học sinh yếu”, tiếp sau đó là “Thiết kế câu hỏi và bài tập, phần luyện tập, thực hành với mức độ khác nhau với nhiều trình độ”.

Qua điều tra bằng phiếu điều tra và trao đổi với giáo viên chúng tôi thấy rằng việc dạy học môn Toán ở trường THPT có một số vấn đề sau:

+ Giáo viên chủ yếu dùng phương pháp thuyết trình, chỉ giảng giải, làm mẫu,... Giáo viên tập trung vào truyền thụ kiến thức sẵn có của tài liệu SGK và bị phụ thuộc vào tài liệu đó[5].

+ Học sinh chủ yếu là nghe giảng, câu hỏi và bài tập dưới sự chỉ dẫn của giáo viên. Do đó học sinh còn thụ động, chưa chủ động khám phá kiến thức.

+ Hiện tượng dạy học đồng loạt, bình quân khá phổ biến. Rất nhiều giáo viên yêu cầu học sinh cùng thực hiện những hoạt động như nhau, cùng làm những câu hỏi và bài tập như nhau. Từ đó đã tạo ra sự nhàm chán trong học tập của học sinh, rất ít giáo viên có thể tạo ra những môi trường học tập khác nhau phù hợp cho từng đối tượng học sinh.

+ Phần lớn giáo viên khi soạn giáo án mới chỉ chú ý đến phần kiến thức chung mà chưa có phần dành riêng cho học sinh yếu kém và học sinh giỏi. Chưa dự kiến được các tình huống phát sinh và các thông tin phản hồi từ phía học sinh.

+ Phần lớn giáo viên chưa soạn được hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa. Hệ thống câu hỏi và bài tập như chưa thật cẩn thận (tỉ mỉ) hoặc nếu có thì số lượng câu hỏi và bài tập để phù hợp học sinh hoạt động trên lớp và ở nhà còn nghèo nàn.

+ Việc kiểm tra, đánh giá học sinh chưa đáp ứng được yêu cầu phân hóa, chưa thật sát với từng đối tượng học sinh. Vì vậy thông tin phản hồi mà giáo viên cần biết được khả năng, mức độ nhận thức của học sinh qua kiểm tra, đánh giá chưa thực sự chính xác.

Qua tìm hiểu cho thấy, nguyên nhân của thực trạng trên là:

- + Tài liệu hướng dẫn về dạy học phân hóa còn thiếu.
- + Chưa được sự chỉ đạo cụ thể của ngành về dạy học theo định hướng phân hóa.
- + Phân phối chương trình còn áp đặt, cứng nhắc.
- + Sinh viên sư phạm chưa được học một cách bài bản về dạy học phân hóa.
- + Sĩ số học sinh ở mỗi lớp còn quá đông, gây khó khăn cho quá trình tổ chức dạy học phân hóa.

1.4. Các biện pháp dạy học phân hóa

1.4.1. Phân loại đối tượng học sinh

Sự hiểu biết của giáo viên về từng học sinh là một điều kiện cần thiết đảm bảo hiệu quả của quá trình dạy học phân hóa.

Để tiến hành tổ chức các hoạt động dạy học phân hóa, giáo viên cần có những biện pháp thích hợp để hiểu rõ về học sinh của mình, đặc biệt là về năng lực học tập, nhu cầu và hứng thú học tập của từng học sinh. Điều này dễ dàng hơn đối với giáo viên đã và đang dạy ở lớp, còn đối với giáo viên mới nhận lớp cần thực hiện các biện pháp để thu thập thông tin về học sinh như điều tra và trao đổi trực tiếp với giáo viên đã dạy hay giáo viên chủ nhiệm,.. Ngoài ra có thể sử dụng một số biện pháp sau để phân loại đối tượng học sinh:

- + Dựa vào kết quả học tập của học sinh ở năm học trước, kì trước.
- + Dựa vào kết quả bài kiểm tra chất lượng do chính giáo viên tiến hành.
- + Quan sát từng cá nhân trong quá trình học tập.
- + Trao đổi với giáo viên chủ nhiệm, giáo viên các bộ môn khác, phụ huynh học sinh, ...

Dựa trên các thông tin thu thập được về từng học sinh, giáo viên có thể phân loại học sinh thành các lớp đối tượng:

- Học sinh khá giỏi: Có khả năng nhận thức nhanh, có kiến thức, kĩ năng, tư duy vượt trội so với các học sinh khác; có khả năng hoàn thành nhiệm vụ môn học một cách dễ dàng và khả năng tự học cao.

- Học sinh trung bình: Có khả năng nhận thức được kiến thức, kĩ năng cơ bản của môn học, hoàn thành nhiệm vụ môn học; nhưng chưa phát huy được khả năng sáng tạo, năng lực của bản thân với những yêu cầu cao về kiến thức, kĩ năng; có khả năng tự học.

- học sinh yếu kém: Có khả năng nhận thức, khả năng tư duy chậm; có nhiều “lỗ hổng” về kiến thức và kĩ năng cơ bản của môn học; khó khăn để hoàn thành được nhiệm vụ môn học; năng lực tự học còn nhiều hạn chế.

Trong quá trình dạy học, trên cơ sở hiểu biết về từng học sinh giáo viên có thể chia lớp học thành các nhóm để thực hiện các biện pháp dạy học phân hóa trong giờ học. Tùy thuộc vào mục đích dạy học của từng tiết học cụ thể giáo viên có thể chia học sinh thành các nhóm theo 2 cách:

- Chia nhóm theo năng lực nhận thức, năng lực tư duy: Trong mỗi nhóm có học sinh cùng năng lực nhận thức và năng lực tư duy tương đối giống nhau. Theo cách này học sinh được chia thành 3 nhóm đối tượng nhận thức: Nhóm khá giỏi, nhóm trung bình và nhóm yếu kém.

- Chia nhóm hỗn hợp: Trong mỗi nhóm có các đối tượng học sinh khá giỏi, trung bình và yếu kém.

1.4.2. Soạn câu hỏi và bài tập phân hóa

Câu hỏi và bài tập phân hóa được hiểu là những câu hỏi và bài tập có ý đồ để những học sinh khác nhau có thể tiến hành những hoạt động khác nhau phù hợp với trình độ khác nhau của học sinh[9]. Hệ thống được hiểu là một tập hợp những phần tử cùng với những quan hệ giữa những phần tử của tập hợp đó.

Hiệu quả đạt được của mỗi học sinh sau mỗi tiết học còn phụ thuộc rất nhiều

vào giáo viên. Việc soạn và sử dụng được một hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa của giáo viên tốt sẽ đem lại: Đạt hiệu quả cho từng tiết học và tạo được một thách thức về mặt trí tuệ của học sinh, cũng có thể giúp cho học sinh đạt được mức độ nhận thức cao hơn trong sự phát triển của các em học sinh. Để soạn được câu hỏi và bài tập phân hóa được tốt nhằm phát triển năng lực nhận thức của học sinh và phù hợp với mức độ nhận thức của từng đối tượng học sinh, cần chú ý những đặc điểm sau:

+ *Xây dựng một hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa càng nhiều càng tốt, càng phân hóa thành nhiều mức độ càng tốt. Sau đó lựa chọn câu hỏi và bài tập phù hợp để đưa vào giáo án phù hợp với từng đối tượng học sinh.*

+ *Tăng số lượng câu hỏi và bài tập yêu cầu sự nỗ lực của tư duy, giảm câu hỏi và bài tập chỉ yêu cầu tái hiện thuần túy.*

Ví dụ₁: Sau khi định nghĩa đơn vị đo bằng radian trong bài “Góc và cung lượng giác”. Giáo viên phát phiếu trả lời (có sự phân bậc):

Cho đường tròn tâm O, bán kính R

a) Độ dài của đường tròn là bao nhiêu? gấp mấy lần bán kính?

b) Đường tròn có số đo(rad) là bao nhiêu?

c) Cung có độ dài bằng l thì có số đo(rad) là bao nhiêu?

d) Cung có số đo 1rad thì có số đo độ là bao nhiêu? Và cung có số đo 1° thì có số đo bao nhiêu rad? (sử dụng máy tính bỏ túi)

Thứ tự a), b), c), d) dành cho học sinh yếu kém và trung bình, còn c) và d) dành học sinh khá giỏi.

Sau khi học sinh thực hiện xong (có hạn chế thời gian), giáo viên cho học sinh trả lời, có thu lại phiếu học tập theo phân bậc (có nhận xét của giáo viên) sau đó giáo viên chuẩn hoá kiến thức.

a) Độ dài của đường tròn là $2\pi R$. Gấp 2π lần bán kính.

b) Đường tròn có số đo là 2π .

c) Cung có độ dài bằng l thì có số đo (góc α) là $\alpha = \frac{l}{R}$ Vì:

Độ dài của đường tròn là $2\pi R$ ứng với số đo là 2π
Cung có độ dài bằng l thì có số đo (góc α) là ?

Từ đó ta có tỉ lệ $\frac{l}{2\pi R} = \frac{\alpha}{2\pi}$ suy ra $\alpha = \frac{l}{R}$ (rad)

c) Ta có mối liên hệ giữa số đo α rad và a^0 của độ dài cung tròn l

$$\alpha R = \frac{\pi a}{180} \cdot R (=l) \text{ . Từ đó } \boxed{\frac{\alpha}{\pi} = \frac{a}{180}}$$

Như vậy: Cung tròn có số đo 1rad thì có số đo độ là

$$1\text{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^0 \boxed{}^\circ$$

Cung có số đo 1^0 thì có số đo rad là $1^0 = \frac{\pi}{180} \boxed{} \text{ rad}$

+ *Sắp xếp câu hỏi và bài tập phân hóa thành một hệ thống theo mục đích dạy học và tuân theo nguyên tắc*: Dẫn dắt được cho học sinh suy nghĩ đi từ cái đã biết đến cái chưa biết, từ những kiến thức đã có đến những kiến thức mới. Hệ thống câu hỏi và bài tập giúp học sinh suy nghĩ và trả lời theo trình tự phát triển tư duy, rèn cho học sinh tính kiên trì khi chiếm lĩnh tri thức.

Ví dụ₁: Từ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 = 1^3$

$$\Rightarrow \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^4 x \cos^2 x + 3\sin^2 x \cos^4 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 \text{ (đây là yêu cầu chứng minh).}$$

Ví dụ₂: khi dạy học bài “Các định nghĩa” trong Hình học lớp 10 (Nâng cao), giáo viên có thể xây dựng hệ thống câu hỏi như sau:

Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O

1. Hãy chỉ ra những véc tơ lần lượt

a) Cùng phương với véc tơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CD}$.

b) Cùng hướng với véc tơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CD}$.

c) Bằng với véc tơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{CD}$.

2. Tính chu vi và diện tích $\triangle AOB$.

+ *Các câu hỏi và bài tập phân hóa được nêu dưới những hình thức khác nhau, tránh lặp đi lặp lại*: Bởi vì nếu các câu hỏi và bài tập được nhắc lại nhiều lần khiến làm cho học sinh nhàm chán, không hứng thú học tập. Do vậy nên đưa các câu hỏi và bài tập được nêu dưới những hình thức khác nhau, cho cùng một nội dung để học sinh nắm được bản chất, vận dụng linh hoạt kiến thức vào các tình huống khác nhau. Lúc đó sẽ tạo cho học sinh có hứng thú học tập hơn.

Ví dụ₁: Tìm tổng số tập con của tập A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}$).

Giáo viên có thể giao bài toán (dưới hình thức khác) sau:

Chứng minh rằng: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$, (với $n \in \mathbb{N}$ và C_n^k là tổ hợp chập k của n , $k = 1, 2, \dots, n$).

Ví dụ₂: (Sau khi học xong nội dung định lý ba đường vuông góc)

Giáo viên ra bài tập (củng cố):

Trong mặt phẳng (P) lấy hai điểm phân biệt A, B và điểm $S \notin (P)$, sao cho $SA \perp (P)$. Chứng minh rằng:

- a) Biết $SC \perp BC$ thì $BC \perp AC$.
- b) Biết $BC \perp AC$ thì $SC \perp BC$.

Giáo viên có thể giao bài tập dưới hình thức khác như sau:

Cho hình chóp $S.ABC$ biết $SA \perp (ABC)$

- a) Tìm tập hợp điểm C luôn nhìn SB dưới góc vuông.
- b) Tìm tập hợp điểm C luôn nhìn AC dưới góc vuông

+ *Câu hỏi và bài tập phải phân có tác dụng tới các đối tượng học sinh:* đối với loại câu hỏi và bài tập dành cho học sinh yếu kém thì những học sinh khá giỏi cũng phải để ý tới. Còn những loại câu hỏi và bài tập dành cho học sinh khá giỏi, dưới sự hướng dẫn (gợi ý, dẫn dắt) của giáo viên khi đó những học sinh thuộc diện yếu kém và trung bình thì cũng có thể tiếp cận được.

Ví dụ 1:

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$

b) Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$, có đúng hai nghiệm $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$

Với phần a) các đối tượng đều có thể làm được, còn phần b) giáo viên gợi ý đối với học sinh trung bình - yếu kém thì cũng có thể làm được, đó là biến đổi phương trình đã cho thành phương trình tương đương $x^4 - 2x^2 + 2 = 2 - m$. Từ đó xét đồ thị hàm số ở phần a) với $x \in (-\frac{1}{2}; 1)$ và đường thẳng $y = 2 - m$ (đường thẳng này cùng phương với trục ox). Lúc đó cho kết quả cần tìm (chú ý số nghiệm phương trình chính là số giao điểm của hai đồ thị).

Trong dạy học phân hóa phải đảm bảo được phân loại câu hỏi và bài tập theo mức độ tư duy và nhận thức của học sinh. Ở đây có thể phân chia loại câu hỏi và bài tập thành:

- Loại câu hỏi và bài tập yêu cầu thấp: yêu cầu tái hiện kiến thức, phát biểu và viết lại được. Đồng thời áp dụng được trực tiếp kiến thức.

Ví dụ 1:

a) Từ $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$. Tính giá trị lượng giác của góc 15° .

b) Hai véc tơ được gọi là cùng phương với nhau khi nào?

- Loại câu hỏi và bài tập yêu cầu cao: yêu cầu phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, sáng tạo.

Ví dụ₂:

a) Tính giá trị lượng giác của góc $\frac{\pi}{12}$.

b) Hai véc tơ đều cùng phương với véc tơ thứ ba thì chúng có cùng phương với nhau hay không?

+ Trong quá trình dạy học giáo viên cần phải có những dự kiến những điều học sinh có thể mắc sai lầm và có những dự kiến sửa chữa kịp thời khi học sinh trả lời các câu hỏi hoặc làm các bài tập. Đây có thể là một trong những kiến thức mà người giáo viên cần nhấn mạnh, tạo điều kiện khắc sâu kiến thức cho học sinh.

Ví dụ₁: Giải phương trình $\log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = 1$ (*)

*** Sai lầm thường gặp:**

Sai lầm thứ nhất: Phương trình $\Leftrightarrow \log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = \log_{\sin 3x} \sin 3x$

$$\Leftrightarrow \cos x - \cos 2x = \sin 3x \Leftrightarrow 2\sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} = 2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{3x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \sin \frac{x}{2} = \cos \frac{3x}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = k\pi \\ \frac{3x}{2} = (\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) + k2\pi \\ \frac{3x}{2} = -(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{Kết}$$

luận: nghiệm của phương trình (*) là $\begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Sai lầm thứ hai: Phương trình(*) $\Leftrightarrow \log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = \log_{\sin 3x} \sin 3x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \cos 2x = \sin 3x \\ \sin 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} = 2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{3x}{2} \\ \sin 3x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = \sin \frac{x}{2} \\ \sin 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) \\ \sin 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = k\pi \\ \frac{3x}{2} = \pm(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) + 2k\pi \\ \sin 3x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \sin 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết luận: nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Sai lầm thứ ba:

Đó là ngoài điều kiện $\sin 3x > 0$, còn có thêm điều kiện $\sin 3x \neq 1$

Do đó $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ là bị loại (vì $\sin(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 1$).

*** Nguyên nhân sai lầm:**

Điều sai lầm ở trường hợp thứ nhất thường diễn ra ở học sinh yếu kém, đã áp dụng sai là khi $x = \frac{2k\pi}{3}$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì $\sin 3x = 0$ hay $\log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x)$ vô nghĩa.

Điều sai ở trường hợp thứ hai thường diễn ra ở học sinh trung bình, một số học sinh khá giỏi còn bị sai sót khi giải hệ cuối đó là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Vì $\sin 3x > 0$ chỉ đúng khi $k = 2m$ với $m \in \mathbb{Z}$.

*** Lời giải đúng:** Phương trình (*) $\Leftrightarrow \log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = \log_{\sin 3x} \sin 3x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \cos 2x = \sin 3x \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} = 2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{3x}{2} \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = \sin \frac{x}{2} \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{3x}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x}{2} = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = k\pi \\ \frac{3x}{2} = \pm(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}) + 2k\pi \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ \sin 3x > 0, \sin 3x \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + 2m\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$$

Kết luận: phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + 2m\pi$ với $m \in \mathbb{Z}$.

Qua ví dụ này, giáo viên phát hiện và sửa chữa những sai lầm cho học sinh. Đồng thời giáo viên củng cố cho học sinh định nghĩa và tính chất hàm số lôgarít; biến đổi và giải phương trình lượng giác, gộp họ nghiệm phương trình lượng giác, xác định điểm cuối của góc (cung) lượng giác, ...

Ví dụ₂: Khẳng định sau có đúng không ?

Hai véc tơ luôn cùng phương với một véc tơ thứ ba thì chúng cùng phương với nhau.

Một số học sinh trả lời là đúng. Học sinh sai lầm chỉ xét véc tơ thứ ba khác véc tơ-không, mà không xét véc tơ thứ ba là véc tơ-không và hai véc tơ kia khác véc tơ-không. Qua đó giáo viên củng cố cho học sinh định nghĩa hai véc tơ cùng phương, véc tơ-không.

1.4.3. Soạn giáo án phân hóa

Giáo án (còn gọi là bài soạn hay kế hoạch bài học) là kế hoạch của người giáo viên để dạy từng tiết học. Giáo án không đơn thuần là một bản sao chép lại tri thức trong sách giáo khoa mà giáo án thể hiện một cách sinh động mối liên hệ hữu cơ giữa *mục tiêu*, *nội dung*, *phương pháp* và *điều kiện* dạy học. Để xây dựng một giáo án, người giáo viên cần phải lĩnh hội mục tiêu và nội dung dạy học quy định trong chương trình và cụ thể hóa trong sách giáo khoa, nghiên cứu phương pháp dạy học dựa vào sách giáo khoa và sách giáo viên, vận dụng vào điều kiện hoàn cảnh cụ thể của lớp học[9].

Để soạn một giáo án theo quan điểm phân hóa, dự kiến được các hoạt động dạy học dựa vào những khác biệt của học sinh về năng lực, nhu cầu và hứng thú nhận thức. *Khi đó ta cần chú ý đến các vấn đề sau:*

1.4.3.1. Xác định mục tiêu bài học

Khi thiết kế giáo án, điều quan trọng trước tiên là phải xác định đúng mục tiêu bài học. Khi xác định mục tiêu học tập (cho người học), giáo viên phải hình dung được sau khi học xong bài đó, học sinh phải có được những kiến thức gì?, kĩ năng ra sao?, thái độ như thế nào?, mức độ như đến đâu?. Trong phương pháp tích cực, người ta không chỉ quan tâm đến vấn đề thông hiểu, ghi nhớ, tái hiện các kiến thức theo sách giáo khoa, lặp lại đúng và thành thạo các kĩ năng đã được tập dượt trong tiết học mà còn đặc biệt chú ý năng lực nhận thức, rèn luyện các kĩ năng và phẩm chất tư duy của học sinh phù hợp với nội dung bài học (phân tích, tổng hợp, xác lập quan hệ giữa các sự kiện, nêu giả thuyết, ...), chú ý các kĩ năng học tập, phát triển năng lực tự học. Giáo viên luôn phải có ý thức nêu rõ yêu cầu, mức độ hợp lí giữa kiến thức và kĩ năng, giữa phương pháp suy nghĩ với hành động và tự học.

Khi xác định mục tiêu bài học cần chú ý:

- + Xác định rõ mức độ hoàn thành công việc của học sinh.
- + Mục tiêu được diễn đạt sao cho có thể lượng hóa được mức độ học sinh phải đạt được.

- + Mỗi mục tiêu nêu ra phải thuận tiện cho việc đánh giá kết quả bài học.

Trong dạy học phân hóa, mục tiêu có thể được diễn đạt ở nhiều mức độ khác nhau để phù hợp với các đối tượng học sinh khác nhau. Khi xác định mục tiêu học tập, giáo viên lấy trình độ học sinh chung của cả lớp làm căn cứ nhưng phải hình dung thêm yêu cầu phân hóa đối với những nhóm học sinh có trình độ kiến thức và tư duy khác nhau để mỗi học sinh được làm việc với sự nỗ lực trí tuệ vừa sức mình. Do vậy cần xác định được những yêu cầu cơ bản và nâng cao về kiến thức và kĩ năng mà học sinh ở các đối tượng khác nhau cần phải đạt được sau mỗi giờ học.

- + Yêu cầu kiến thức, kĩ năng cơ bản: Đó là chuẩn về kiến thức, kĩ năng mà mọi học sinh phải đạt được.

- + Yêu cầu kiến thức, kĩ năng nâng cao: Đó là những yêu cầu nâng cao trên cơ sở đã đạt chuẩn (tránh đặt mục tiêu quá cao gây nên sự quá tải về nội dung).

Ví dụ: Xác định mục tiêu bài học “Các hàm số lượng giác” (Đại số và Giải tích 11 nâng cao) như sau:

Về kiến thức: **Yêu cầu cơ bản:**

+ Hiểu được định nghĩa các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ với $x \in \mathbb{R}$ và x là số đo rad (x không phải là độ).

+ Hiểu được tập xác định (TXĐ), tập giá trị (TGT) của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Hiểu được tính chẵn, lẻ của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Hiểu khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Hiểu được tính tuần hoàn và chu kỳ của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Biết dựa vào các trục sin, trục cosin, trục tang, trục cotang gắn với đường tròn lượng giác để hiểu được khảo sát sự biến thiên và hình dáng đồ thị của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ tương ứng.

+ Hiểu được các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là các hàm số tuần hoàn với các chu kỳ khác nhau.

 Yêu cầu nâng cao:

+ Hiểu được bản chất của định nghĩa đó là mối quan hệ giữa số thực x với số đo cung lượng giác AM (điểm cuối là điểm M) theo rad và mỗi số đo cung lượng giác AM (mỗi điểm cuối M trên đường tròn lượng giác) với các giá trị lượng giác của góc lượng giác x (được đo bằng rad).

+ Hiểu được tập xác định, tập giá trị, tính chẵn lẻ, khoảng đồng biến, nghịch biến, tính tuần hoàn và chu kỳ của các hàm số lượng giác khá đơn giản.

Về kĩ năng: **Yêu cầu cơ bản**

+ Biết xét tính chẵn lẻ của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Biết tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

+ Biết cách lập bảng biến thiên và hình dáng đồ thị của các hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.

 Yêu cầu nâng cao:

+ Biết cách tìm tập giá trị, tập xác định, tính chẵn lẻ, tuần hoàn với chu kì, sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác khác đơn giản.

+ Mỗi liên hệ giữa đồ thị hàm số lượng giác qua phép biến hình (Phép tịnh tiến, đối xứng trục, ...).

+ Biết được một số bài toán liên quan tới thực tiễn, thực tế như “Bài đọc thêm”, “Em có biết”, ...

Về tư duy:

+ Phát triển tư duy logic, tư duy hàm, tư duy sáng tạo.

+ Khả năng khái quát, tương tự, quy lạ về quen, trí tưởng tượng.

Về thái độ:

+ Có tinh thần hợp tác, tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, nghiêm túc và cần cù chịu khó trong học tập.

1.4.3.2. Sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa

Giáo viên cần chuẩn bị một hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa được chọn lọc công phu để thực hiện mục tiêu đề ra khi thiết kế giáo án.

Quy trình sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa sẽ được trình bày cụ thể ở chương II.

Dưới đây ta chỉ quan tâm tới một số điều cần chú ý đối với giáo viên khi dự kiến việc sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa như sau:

+ Các câu hỏi thường được đặt cho cả lớp nhưng giáo viên cần phải có chủ định cho một nhóm học sinh hoặc cá nhân học sinh cụ thể. Việc này giúp giáo viên đặt những câu hỏi đúng cho nhóm học sinh hoặc cá nhân học sinh mà mình chủ định.

Những học sinh yếu kém cần được khuyến khích và cần đặt những câu hỏi mà các em có thể trả lời được. Có thể không trả lời được mọi câu hỏi, nhưng ít nhất các em cũng không gặp khó khăn lắm với những câu hỏi được chuẩn bị riêng cho các em. Đối với những học sinh thông minh hơn, câu hỏi cần phải ở mức độ khó hơn và chứa đựng nhiều thách thức hơn. Vì vậy câu hỏi cùng với dự kiến về học sinh trả lời cần được ghi vào trong giáo án.

Ví dụ: Để củng cố định nghĩa hàm số lượng giác $y = \sin x$ và $y = \cos x$ (Đại số 11 nâng cao),

Giáo viên có thể sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa như sau:

Tìm tập xác định, tập giá trị các hàm số lượng giác?

a) $y = \sin(2x)$

b) $y = 3\sin x - 2$

c) $y = \sqrt{3 - \sin x}$

d) $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$

Ở đây: a), b) dành cho học sinh yếu kém.

b), c) dành cho học sinh trung bình.

c), d) dành cho học sinh khá giỏi.

+ Hệ thống bài tập, đặc biệt là bài tập giao về nhà phải được biên soạn và cân nhắc cẩn thận (bài tập về nhà là một phần của bài học giúp học sinh tự học để hiểu kỹ hơn những kiến thức đã được học trên lớp). Bài tập có thể giao cho từng cá nhân học sinh hoặc từng nhóm học sinh, tùy theo loại bài và thời gian có thể để cho học sinh hoàn thành bài tập. Các bài tập về nhà cũng phải có tính phân hóa, được cân nhắc kỹ về mức độ và liều lượng, phù hợp với các đối tượng học sinh trong lớp. Khả năng phân hóa bài tập về nhà thể hiện ở những điểm sau:

- Phân hóa về số lượng bài tập cùng loại phù hợp với từng loại đối tượng học sinh để cùng đạt một yêu cầu.

- Phân hóa về nội dung bài tập để tránh đòi hỏi quá cao đối với học sinh yếu kém và quá thấp đối với học sinh khá giỏi. Đối với đối tượng học sinh trung bình, giáo viên có thể ra những bài tập trong sách giáo khoa hay sách bài tập, tuy nhiên có thể lược bớt một số bài tập khó.

- Phân hóa yêu cầu về tính độc lập: Bài tập cho diện học sinh yếu kém chứa nhiều yếu tố dẫn dắt hơn là bài tập cho diện học sinh khá giỏi.

- Ra riêng những bài tập nhằm đảm bảo trình độ xuất phát cho học sinh yếu kém để chuẩn bị cho bài học sau.

- Ra riêng những bài tập nâng cao cho học sinh khá giỏi.

Ví dụ: Sau khi học bài “Các hàm số lượng giác” (Đại số và Giải tích 11 nâng cao), giáo viên có thể phân hoá bài trong (sách giáo khoa) như sau:

+ Bài tập chung cho cả lớp: 8, 10, 11, 12(a), 13(b, c).

+ Bài tập dành cho học sinh yếu: 7, 13(a)

+ Bài tập dành cho học sinh trung bình: 5

+ Bài tập dành cho học sinh khá giỏi: ví dụ trang 15, 13(d), 9.

Bài tập ra thêm

Bài 1: a) Tìm $x \in (-\pi; \pi]$ để $\sin x = \frac{1}{2} \sin 2x$ là đẳng thức đúng?

b) Tìm x để $\sin x = \frac{1}{2}$ là đẳng thức đúng?

c) Tìm x để $\cos x = \sin 2x$ là đẳng thức đúng?

(phần a dành cho học sinh yếu kém; phần b dành cho học sinh trung bình; phần c dành cho học sinh khá giỏi).

Bài 2: Tìm tập giá trị của hàm số?

a) $y = -t^2 - t + 1$ với $t \in [-1; 1]$.

b) $y = -\cos^2 x - \cos x + 1$.

c) $y = \sin^2 x - \cos x$.

(phần a dành cho học sinh yếu kém; phần b dành cho học sinh trung bình; phần c dành cho học sinh khá giỏi).

Bài 3: Cho hàm số $f(x) = \sin(\pi x)$ và $g(x) = \tan(\pi x)$

a) Chứng tỏ $f(x+2) = f(x)$ và $g(x+1) = g(x)$. Từ đó suy ra hàm f tuần hoàn với chu kỳ $T=2$ và hàm g tuần hoàn chu kỳ $T=1$.

b) Chứng minh rằng:

+ Với mọi số nguyên k , ta có $g(x+k) = g(x)$. Từ đó suy ra hàm g tuần hoàn với chu kỳ $T=1$.

+ Với mọi số nguyên chẵn k , ta có $f(x+k) = f(x)$. Từ đó suy ra hàm f tuần hoàn với chu kỳ $T=2$.

c) Chứng minh hàm số f và g là hàm số tuần hoàn? tìm chu kỳ?

(phần a dành cho học sinh yếu kém; phần b dành cho học sinh trung bình; phần c dành cho học sinh khá giỏi).

Bài 4:

a) Tìm tập xác định của biểu thức sau?

+ $y_1 = \frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\cos x}$ (dành cho học sinh trung bình, yếu kém).

+ $y_2 = 1 + \cot 2x - \frac{\cos 2x}{\sin^2 x}$ (dành cho học sinh khá giỏi).

b) Trên nửa đoạn $[0; 2\pi]$, hãy xác định khoảng mà hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ luôn đồng biến? Luôn nghịch biến? (dành cho học sinh trung bình, yếu kém).

c) Hãy xác định khoảng mà hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ luôn đồng biến? luôn nghịch biến? (dành cho học sinh khá giỏi).

Bài 5: (phần a dành cho học sinh yếu kém; phần b dành cho học sinh trung bình; phần c dành cho học sinh khá giỏi).

a) Chứng tỏ $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 2 \cos(2x - \frac{\pi}{6})$.

a) Biến đổi $(2 - \sqrt{3}) \sin 2x + \cos 2x$ về dạng $A \sin(2x + \alpha)$ với $A, \alpha \in \mathbb{R}$.

b) Biết $a^2 + b^2 \neq 0$. Chứng minh rằng: $a \sin 2x + b \cos 2x = C \cos(2x - \beta)$ với $C = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $a, b, \beta \in \mathbb{R}$.

1.4.3.3. Phân phối hợp lý thời gian trong tiết lên lớp

Các đối tượng học sinh trong cùng một lớp thường khác biệt với nhau về nhận thức. Được thể hiện ở hứng thú và mức độ nhận thức nhiều hay ít, ở tốc độ nhận thức và vận dụng nhanh hay chậm. Do vậy trong giáo án của giáo viên nên có dự kiến phân phối thời gian thích hợp để các học sinh yếu kém có thể tiếp thu và tập vận dụng được kiến thức, nhưng cũng không để lãng phí thời gian của các học sinh khá giỏi khi các em đã hoàn thành nhanh chóng nhiệm vụ học tập. Nên việc phân phối thời gian cho từng hoạt động trên lớp cần được giáo viên tính toán, dự kiến trước trong giáo án. Lưu ý ngoài những dự kiến chính thức, cần chuẩn bị phương án dự phòng để tránh bị động và đôi khi dạy không hết bài.

1.4.4. Sử dụng phương tiện dạy học trong dạy học phân hóa

Ngoài các phương tiện truyền thống như sách giáo khoa, sách bài tập, sách tham khảo, ..., phiếu học tập, mô hình và các phương tiện hiện đại như máy chiếu hát, máy chiếu Projector, ..., cần đặc biệt chú ý đến việc ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông vào dạy học phân hóa.

Việc ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông giúp khả năng thực hiện phân hóa cao trong quá trình học tập. Chúng ta có thể tạo cho học sinh môi trường học tập đa phương tiện, giúp từng học sinh hoạt động phù hợp với đặc điểm tư duy của riêng mình, những học sinh khác nhau được tác động sự phạm khác nhau, được giao nhiệm vụ học tập với các mức độ khác nhau, phù hợp với từng cá nhân học sinh. Nếu có các phần mềm dạy học trợ giúp, giáo viên có thể nắm bắt được các chi tiết diễn biến của hoạt động học tập của mỗi học sinh và xử lý kịp thời, giúp từng học sinh làm việc theo đúng khả năng, phù hợp với kiến thức, kỹ năng và nhịp độ

làm việc của mỗi người. Nhờ sử dụng các phần mềm dạy học, một học sinh trung bình, thậm chí trung bình yếu cũng có thể hoạt động tốt trong môi trường học tập. Giáo viên sẽ có điều kiện giúp được tất cả các đối tượng học sinh rèn luyện năng lực sáng tạo, rèn luyện phương pháp học tập, do được giải phóng khỏi việc dạy học đồng loạt, thầy có thể đi sâu giúp đỡ các học sinh cá biệt (*học sinh yếu kém và học sinh giỏi*) trong khoảng thời gian dài hơn. Với sự trợ giúp đắc lực của công nghệ thông tin và truyền thông, các yêu cầu dạy học phân hóa có thể được thực hiện với một chất lượng cao hơn.

Tuy nhiên, việc ứng dụng công nghệ thông tin và truyền thông cũng gặp nhiều khó khăn bởi vì trên thực tế rất nhiều trường THPT chưa được trang bị đầy đủ các phương tiện cho dạy học đa phương tiện, một số giáo viên chưa đáp ứng được việc sử dụng công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy học.

1.4.5. Phân hóa trong kiểm tra, đánh giá

Trong quá trình dạy học phân hóa: Kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh là một khâu có vai trò quan trọng. Nó đảm bảo mối liên hệ ngược, cung cấp những thông tin phản hồi, giúp giáo viên kịp thời điều chỉnh việc dạy, giúp học sinh điều chỉnh kịp thời quá trình học, hướng vào việc thực hiện mục tiêu bộ môn và mục tiêu đào tạo của nhà trường.

Kiểm tra, đánh giá góp phần củng cố, đào sâu, hệ thống hoá kiến thức phù hợp với mức độ, tốc độ và hứng thú nhận thức của các đối tượng học sinh khác nhau. Nó có tác dụng giáo dục đối với học sinh: Giáo dục tinh thần trách nhiệm, ý thức phấn đấu vươn lên, khắc phục khó khăn trong học tập đối với những học sinh yếu kém; có ý thức đào sâu suy nghĩ, tư duy tích cực, độc lập, sáng tạo, tính cẩn thận, không qua loa, đại khái đối với học sinh khá, giỏi.

Có nhiều hình thức kiểm tra, đánh giá. Thông thường nhất là kiểm tra miệng, kiểm tra viết, kiểm tra bài làm ở nhà của học sinh, đánh giá kết quả học tập của học sinh thông qua quá trình học tập trên lớp, thông qua đánh giá của học sinh cùng lớp, tự đánh giá của học sinh, ... Đối với kiểm tra viết, thường có các đề trắc nghiệm tự luận, đề trắc nghiệm khách quan hoặc đề cả trắc nghiệm tự luận và trắc nghiệm khách quan. Tuy nhiên, khi sử dụng hình thức nào đi chăng nữa thì các đề kiểm tra có tính phân hóa, ngoài những yêu cầu chung đối với một đề kiểm tra còn cần đáp ứng một số yêu cầu sau:

+ Câu hỏi và bài tập phù hợp phải phù hợp với yêu cầu của chương trình, chuẩn kiến thức, kỹ năng, sát với trình độ học sinh.

+ Bên cạnh những câu hỏi và bài tập hướng vào yêu cầu cơ bản, cần có những câu hỏi và bài tập đào sâu, đòi hỏi vận dụng kiến thức một cách tổng hợp, khuyến khích suy nghĩ tích cực ở các mức độ dễ, khó khác nhau.

+ Khai thác, huy động được những kinh nghiệm, vốn sống, hoàn cảnh cá nhân của người học.

1.5. Tiểu kết chương 1

Ở đây chúng tôi làm sáng tỏ một số vấn đề sau:

➤ Hệ thống hóa một số vấn đề lí luận về dạy học phân hóa: Khái niệm về dạy học phân hóa, các cấp độ và hình thức dạy học phân hóa, quan điểm về dạy học phân hóa.

➤ Hệ thống hóa cơ sở lí luận về câu hỏi và bài tập; câu hỏi và bài tập phân hóa.

➤ Thực trạng về việc dạy học phân hóa môn toán ở trường THPT hiện nay: những ưu điểm, vấn đề tồn tại của dạy học phân hóa.

➤ Đề xuất một số biện pháp để thực hiện dạy học phân hóa môn Toán:

+ Phân loại đối tượng học sinh.

+ Soạn câu hỏi phân hóa và bài tập phân hóa.

+ Soạn giáo án phân hóa.

+ Sử dụng các phương tiện dạy học khi dạy học phân hóa.

+ Phân hóa trong kiểm tra và đánh giá

Chương II
XÂY DỰNG HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÂN HÓA KHI DẠY HỌC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ
PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC Ở LỚP 11 TRƯỜNG THPT
(Chương trình nâng cao)

2.1. Yêu cầu dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác

Theo quyết định số 16/2006/QĐ-BGDĐT ngày 05/5/2006, khung phân phối chương trình (KPPCT) của Bộ GDĐT và PPCT của Sở GDĐT Bắc Giang khi dạy học nội dung Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác lớp 11 (chương trình nâng cao), cần phải đảm bảo các yêu cầu sau:

Chủ đề	Mức độ cần đạt	
	Về kiến thức	Về kĩ năng
1. Các hàm số lượng giác. + Định nghĩa các hàm số lượng giác: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$. + Tính chẵn, lẻ của các hàm số lượng giác trên. + Tính chất tuần hoàn và chu kì các hàm số lượng giác trên. + Tính đồng biến,	+ Hiểu được khái niệm các hàm số lượng giác với biến số x là số thực và là số đo radian (không theo độ). + Hiểu được tính chẵn, lẻ của các hàm số lượng giác. + Hiểu được tính chất tuần hoàn của các hàm số lượng giác, hiểu được tập xác định và tập giá trị các hàm số lượng giác. + Hiểu được khoảng đồng	+ Biết cách phân biệt các hàm số lượng giác, tập xác định và tập giá trị. Biết đổi số đo cùng một góc (cung) lượng theo rad sang số thực và ngược lại. + Biết cách xác định hàm số chẵn, lẻ (không chẵn và không lẻ). + Biết cách xác định được hàm số lượng giác có tính tuần hoàn và chu kì, tập xác định và tập giá trị của nó. + Biết xác định khoảng

ngịch biến của các hàm số lượng giác trên một đoạn	biến, nghịch biến của các hàm số lượng giác trên một đoạn (khoảng) có độ dài	đồng biến, nghịch biến đó.
(khoảng) có độ dài bằng chu kì của hàm số lượng giác trên. +Sự biến thiên và đồ thị các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$.	bằng chu kì của hàm số lượng giác trên. +Giúp học sinh hiểu được sự biến thiên của các hàm số lượng giác và giúp học sinh hình dung cách vẽ các đồ thị của các hàm số lượng giác.	+Biết cách lập bảng biến thiên và thể hiện trên đồ thị của các hàm số lượng giác. Biết nhận dạng và cách vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác đó.
2. Phương trình lượng giác cơ bản. +Định nghĩa các phương trình lượng giác cơ bản. +Phương pháp xây dựng công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản. +Về công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản.	+Hiểu được các định nghĩa, điều kiện xác định của ẩn. +Hiểu được phương pháp xây dựng công thức nghiệm. +Cần nắm vững về công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản.	+Biết cách biến đổi và đưa về dạng phương trình lượng giác cơ bản. +Biết vận dụng thành thạo công thức nghiệm. +Biết cách biểu diễn các nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản trên đường tròn lượng giá
3. Một số phương trình lượng giác đơn giản. +Dạng phương trình bậc nhất và bậc hai	+Biết được dạng phương trình và nắm vững cách giải.	+Nhận biết được dạng và giải thành thạo phương

đối với một hàm số lượng giác.		trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
+Dạng phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.	+Biết được dạng phương trình và nắm vững cách giải.	+Biết cách nhận biết được dạng và giải thành thạo phương trình bậc nhất đối
+ Dạng phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.	+ Biết được dạng phương trình và nắm vững cách giải	với $\sin x$ và $\cos x$. +Biết cách nhận biết được dạng và giải thành thạo phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.

2.2. Nguyên tắc xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa

Các nguyên tắc chung khi xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa là:

+ Nguyên tắc đảm bảo thực hiện được mục tiêu dạy học: Khi thiết kế các hoạt động học tập cho học sinh, Giáo viên cần cụ thể hóa bằng các câu hỏi và bài tập hướng vào mục tiêu bài học. Quá trình tổ chức cho học sinh từng bước giải quyết được các câu hỏi và bài tập đó cũng đồng thời là quá trình thực hiện các mục tiêu dạy học đã đề ra.

+ Nguyên tắc đảm bảo tính khoa học, chính xác của nội dung: Câu hỏi và bài tập dùng để mã hóa nội dung dạy học, câu hỏi và bài tập cần đảm bảo tính khoa học, chính xác.

+ Nguyên tắc đảm bảo tính vững trắc và phát huy tính tích cực của học sinh: Câu hỏi và bài tập phải đảm bảo tính vừa sức, được xây dựng sao cho có thể tạo ra động lực tìm tòi cái mới (tức là tạo ra mâu thuẫn chủ quan giữa biết và chưa biết ở học sinh) nhằm phát huy tính tự giác, tích cực và sáng tạo của học sinh.

+ Nguyên tắc đảm bảo tính hệ thống: Nội dung kiến thức trong từng phần, từng bài đều được trình bày theo một lôgic hệ thống. Vì vậy câu hỏi và bài tập với tư cách là công cụ hoạt động của học sinh khi xây dựng phải quán triệt tính hệ thống. Cụ thể, câu hỏi và bài tập phải được sắp xếp theo một lôgic hệ thống cho

từng nội dung SGK: Cho một phần, cho một bài, cho một chương và cả chương trình môn học.

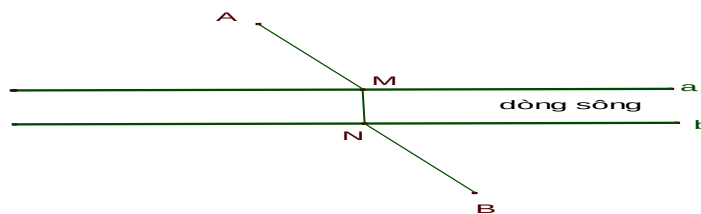
Khi xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa cần chú ý đến mối quan hệ có tính hệ thống giữa cái đã biết và cái chưa biết. Nhiều khi câu hỏi và bài tập được sử dụng để tổ chức dạy học, chúng phải được tổ hợp lại theo một hệ thống nhất định có ý nghĩa rất quan trọng: Như câu hỏi và bài tập ra trước, nhiều khi có tác dụng làm tiền đề cho xây dựng và trả lời câu hỏi tiếp theo (liền kề hoặc không liền kề). Trong một số trường hợp lời giải đáp cho câu hỏi và bài tập trước có tác dụng làm nảy sinh câu hỏi và bài tập tiếp.

+ Nguyên tắc đảm bảo tính thực tiễn: Việc thiết kế câu hỏi và bài tập cũng phải cố gắng gắn liền với thực tiễn cuộc sống

Ví dụ: Khi dạy học bài “Phép tịnh tiến và Phép dời hình” (Hình học 11 nâng cao), giáo viên nên xây dựng câu hỏi và bài tập gắn với thực tiễn (tr7 SGK) như sau:

Hai thôn ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông (xem rằng hai bờ sông là hai đường thẳng song song).

Minh hoạ



Người ta dự định xây dựng một chiếc cầu MN bắc qua sông (cổ nhiên cầu phải vuông góc với bờ sông) và làm hai đoạn đường thẳng từ A đến M và từ B đến N. Hãy xác định vị trí chiếc cầu MN sao cho $AM + BN$ ngắn nhất.

+ Nguyên tắc đảm bảo tính khả thi: Việc xây dựng phải phù hợp với trình độ nhận thức các đối tượng học sinh. Đây là một trong những nguyên tắc quan trọng để xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác lớp 11 nâng cao.

Nếu câu hỏi và bài tập không phù hợp với trình độ và đối tượng học sinh dễ gây nên hiện tượng chán nản, không phân hóa sẽ không phù hợp với từng đối tượng học sinh. Có thể phù hợp với đối tượng với học sinh khá giỏi, nhưng sẽ làm cho học

sinh yếu kém không nhận thức được và chán nản. Có thể phù hợp với nhận thức của học sinh yếu kém thì dễ làm cho học sinh khá giỏi nhàm chán. Do đó câu hỏi và bài tập càng phân hóa mìn càng phù hợp với việc sử dụng cho các đối tượng khác nhau và đạt hiệu quả dạy học càng cao.

Khi thiết kế câu hỏi và bài tập phân hóa ngoài những nguyên tắc chung nêu trên cũng còn phải lưu ý tới các đặc điểm của câu hỏi và bài tập phân hóa (xem mục 1.4.2 chương I).

Tóm lại: Khi xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa phải dựa trên các nguyên tắc cơ bản nêu trên. Nhưng không phải câu hỏi và bài tập nào cũng phải đầy đủ các nguyên tắc đó. Tùy vào từng nội dung kiến thức, tùy vào mục tiêu của từng bài học mà vận dụng các nguyên tắc một cách linh hoạt.

2.3. Quy trình xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa

Từ kinh nghiệm của bản thân, tham khảo ý kiến của các giáo viên, các chuyên gia, chúng tôi xin giới thiệu quy trình xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học bao gồm các bước như sau:

2.3.1. Phân tích nội dung dạy học

Nội dung dạy học phải dựa trên nội dung chương trình môn học do Bộ giáo dục và đào tạo ban hành. Trên cơ sở đó, phân tích nội dung SGK để xác định các đơn vị kiến thức để đưa vào bài học, để xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập cho phù hợp.

Trong quá trình phân tích nội dung chương trình và SGK, giáo viên nên lưu ý đến trình độ và mức độ nhận thức của học sinh, để có thể giảm bớt các nội dung không cần thiết trong SGK. Giáo viên cần nghiên cứu nội dung cơ bản, trọng tâm để xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa giúp học sinh lĩnh hội được đầy đủ kiến thức và chính xác.

2.3.2. Xác định mục tiêu

Giáo viên xác định mục tiêu bài học về kiến thức, kỹ năng, thái độ từ việc phân tích nội dung, chương trình SGK của bài dạy, ...

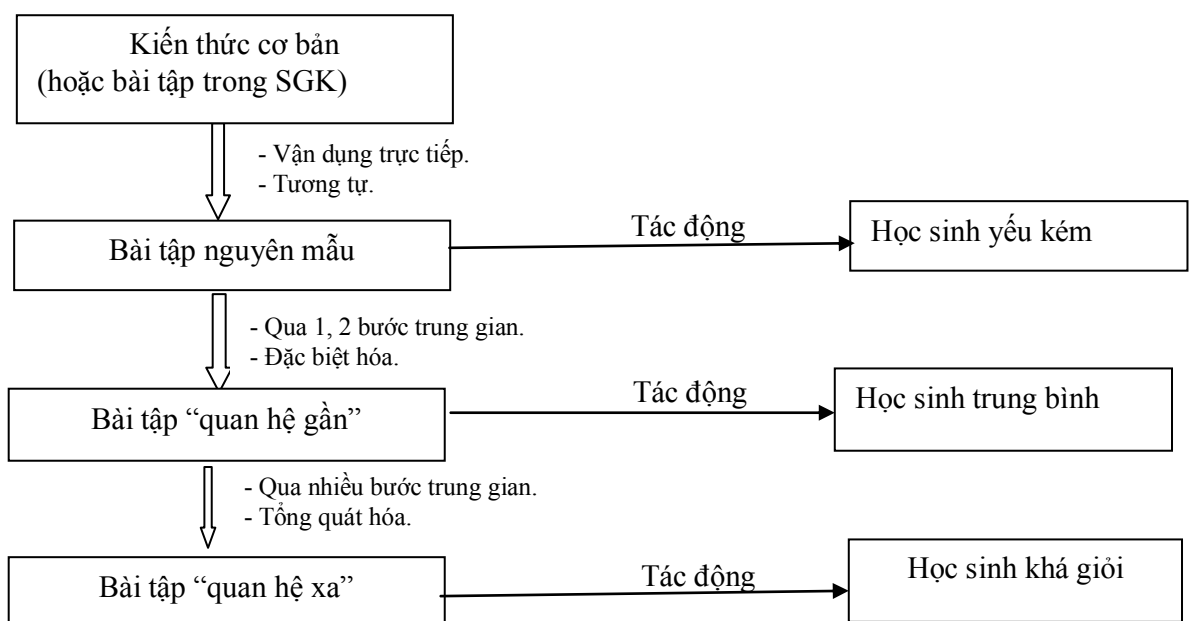
2.3.3. Xác định nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập

Với việc phân tích nội dung cơ bản, trọng tâm của SGK. Giáo viên có thể phân ra từng phần kiến thức, chia nhỏ các nội dung. Trên cơ sở đó tìm những nội dung có thể đặt được câu hỏi hoặc xây dựng thành bài tập.

2.3.4. Diễn đạt các nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập (đây là một bước quan trọng trong dạy học phân hóa).

Trong dạy học phân hóa, để đảm bảo thiết kế tốt câu hỏi và bài tập phân hóa tương ứng với các khâu của quá trình dạy học, chúng tôi xin đề xuất một số kỹ thuật cơ bản khi diễn đạt các khả năng mã hóa nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập để tổ chức hoạt động tích cực của học sinh trong quá trình dạy học.

Theo Tôn Thân (Tạp chí Nghiên cứu giáo dục số 9/1992), quy trình soạn bài tập phân hoá tác động đến 3 đối tượng học sinh theo sơ đồ sau:



Kỹ thuật thiết kế câu hỏi và bài tập phân hóa

+ Giáo viên có thể sáng tạo được từ một bài tập (một nội dung kiến thức trong quá trình dạy học) trong sách giáo khoa, nhằm khắc sâu kiến thức, rèn luyện kỹ năng và năng lực tư duy cho các đối tượng học sinh thông qua những dạng bài “nguyên mẫu”, những bài có “quan hệ gần”, những bài có “quan hệ xa”(quan hệ về nội dung, quan hệ về hình thức và quan hệ về phương pháp), nhằm đáp ứng yêu cầu cụ thể của từng tiết học và đáp ứng nhu cầu các đối tượng học sinh.

Ví dụ: Sau khi dạy học nội dung công thức biến đổi tích thành tổng (để củng cố công thức biến đổi tích thành tổng), giáo viên có thể soạn bài tập phân hóa như sau (Bài 43 tr 213 SGK Đại số và Giải tích 10 nâng cao):

a. Tính $A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ$, $B = \sin 75^\circ \sin 15^\circ$.

b. Chứng minh rằng: $\sin 15^\circ \cos 75^\circ = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$ và $\cos 15^\circ \sin 75^\circ = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

c. Chứng minh rằng:

$$\cos \alpha \sin(\beta - \gamma) + \cos \beta \sin(\gamma - \alpha) + \cos \gamma \sin(\alpha - \beta) = 0, \text{ với } \forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Ở đây (kỹ thuật thiết kế bài tập)

Câu a) dành cho *học sinh yếu kém*, học sinh chỉ cần áp dụng trực tiếp công thức (Bài tập “nguyên mẫu”).

Câu b) dành cho học sinh *trung bình*, học sinh hiểu được rằng đây chính là bài tính giá trị của biểu thức mà kết quả đúng như điều cần chứng minh (Bài tập “quan hệ gần” với bài a).

Câu c) dành cho học sinh *khá giỏi*, học sinh phải vận dụng được công thức với các cung lượng giác đã được tổng quát hóa (Bài tập “quan hệ xa” với a).

+ Việc xây dựng một hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa phù hợp với các đối tượng học sinh cần phải được biên soạn một cách công phu, khoa học. Các câu hỏi và bài tập nên diễn đạt sao cho có thể kiểm tra được nhiều lĩnh vực và phù hợp với mức độ phân hóa khác nhau của học sinh như: Nhớ, hiểu, vận dụng, ...

Minh họa (mục 2.3.5).

+ Giáo viên cũng có thể tạo ra những tình huống khác nhau từ một bài tập (một câu hỏi) cụ thể để phù hợp với các đối tượng học sinh.

Ví dụ: Khi dạy học bài tập (SGK Tr.11 lớp 11 nâng cao):

Biểu diễn nghiệm của phương trình sau trên đường tròn lượng giác:

$$\cos 2x = \cos x.$$

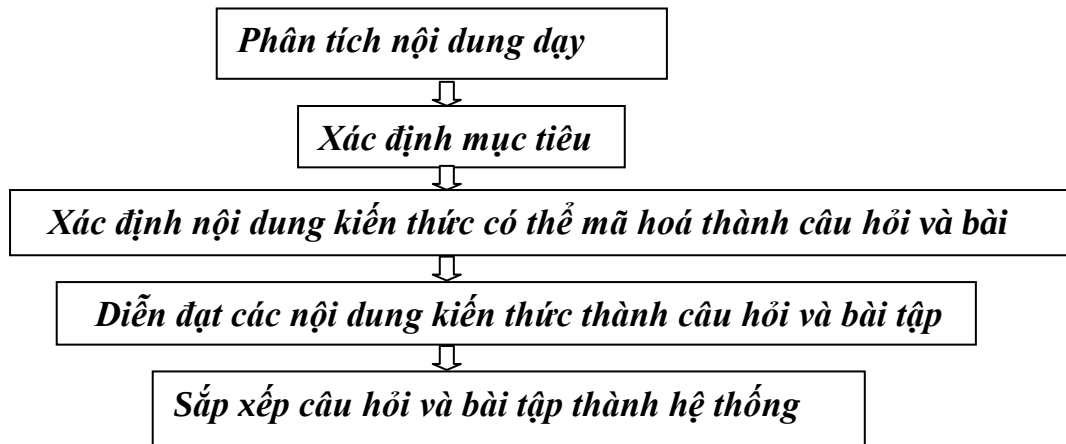
Bài tập này áp dụng cho đối tượng là học sinh trung bình. Với học sinh yếu kém (Giáo viên gợi ý, trước hết hãy giải phương trình đó). Đối với học sinh khá giỏi (Giáo viên có thể yêu cầu thêm: hãy tính tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; \frac{19\pi}{3}]$).

2.3.5. Sắp xếp các câu hỏi và bài tập thành hệ thống.

Sau khi thiết kế câu hỏi và bài tập, giáo viên nên sắp xếp theo một hệ thống tương ứng nội dung (theo chức năng dạy học) để sao cho khi học sinh trả lời câu hỏi

và bài tập theo thứ tự đã sắp xếp thì học sinh sẽ lĩnh hội được toàn bộ kiến thức theo tiến trình của bài học.

Như vậy có thể tóm tắt quy trình thiết kế câu hỏi và bài tập như sau:



Ví dụ: Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học “Một số công thức lượng giác” Đại số 10 nâng cao.

➤ Phân tích nội dung dạy học:

+ Nội dung dạy học: Các công thức cộng đối với côsin, sin, tang, côtang, nhân đôi, hạ bậc, tích thành tổng và tổng thành tích.

+ Phân tích nội dung dạy học: Các công thức trên được suy ra từ công thức $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$, $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (1). Nên chỉ cần xây dựng công thức (1). Khi đó ta xét góc (cung) lượng giác α, β có các điểm cuối tương ứng là M, N trên đườn tròn lượng giác, sử dụng tích vô hướng của hai véc tơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$. Từ đó có công thức $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ (1)

➤ Mục tiêu:

+ Kiến thức và kĩ năng cơ bản: HS ghi nhớ, vận dụng thể hiện được các công thức cộng, nhân đôi, hạ bậc, biến đổi tích thành tổng và tổng thành tích trong các bài tập, trong thực tiễn và trong một số môn học có liên quan.

+ Kiến thức và kĩ năng nâng cao: HS chứng minh được công thức lượng giác của bài học. Từ đó tìm được một số công thức lượng giác khác, biến đổi và áp dụng thành thạo công thức lượng giác.

☞ Tư duy: Phát triển tư duy sáng tạo, tư duy lôgic từ việc biến đổi và tìm công thức biến đổi lượng giác.

☞ Thái độ: Tích cực tham gia hoạt động, rèn luyện tính chính xác, tinh thần hợp tác.

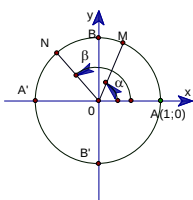
➤ Nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập

+ Xây dựng công thức cộng $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$.

+ Vận dụng công thức biến đổi lượng giác để rút gọn, tính giá trị, chứng minh đẳng thức lượng giác, ...

➤ Diễn đạt nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập:

Từ hình vẽ:



☞ Câu hỏi và bài tập (Tạo tiền đề cho HS chiếm lĩnh kiến thức mới):

- Hãy xác định toạ độ M, N theo giá trị lượng giác của góc α, β .

Từ đó hãy xác định tích vô hướng theo toạ độ và theo định nghĩa.

- Hãy tính $\cos MON = ?$, suy ra công thức(1), và những công thức còn lại. Đối với HS yếu kém-trung bình, GV có thể gợi mở cho HS như: Cách xác định toạ độ điểm M, N , $\cos MON = \cos(\beta - \alpha) = \cos(\alpha - \beta)$, thay “ $-\beta$ ” là “ $+\beta$ ” ở (1), ...

☞ Câu hỏi và bài tập (Củng cố kiến thức):

- Hãy tính (áp dụng công thức trên) giá trị lượng giác của góc $15^\circ, \frac{5\pi}{12}$.

(đối với HS yếu kém-trung bình có thể cho áp dụng với góc $45^\circ, 30^\circ$).

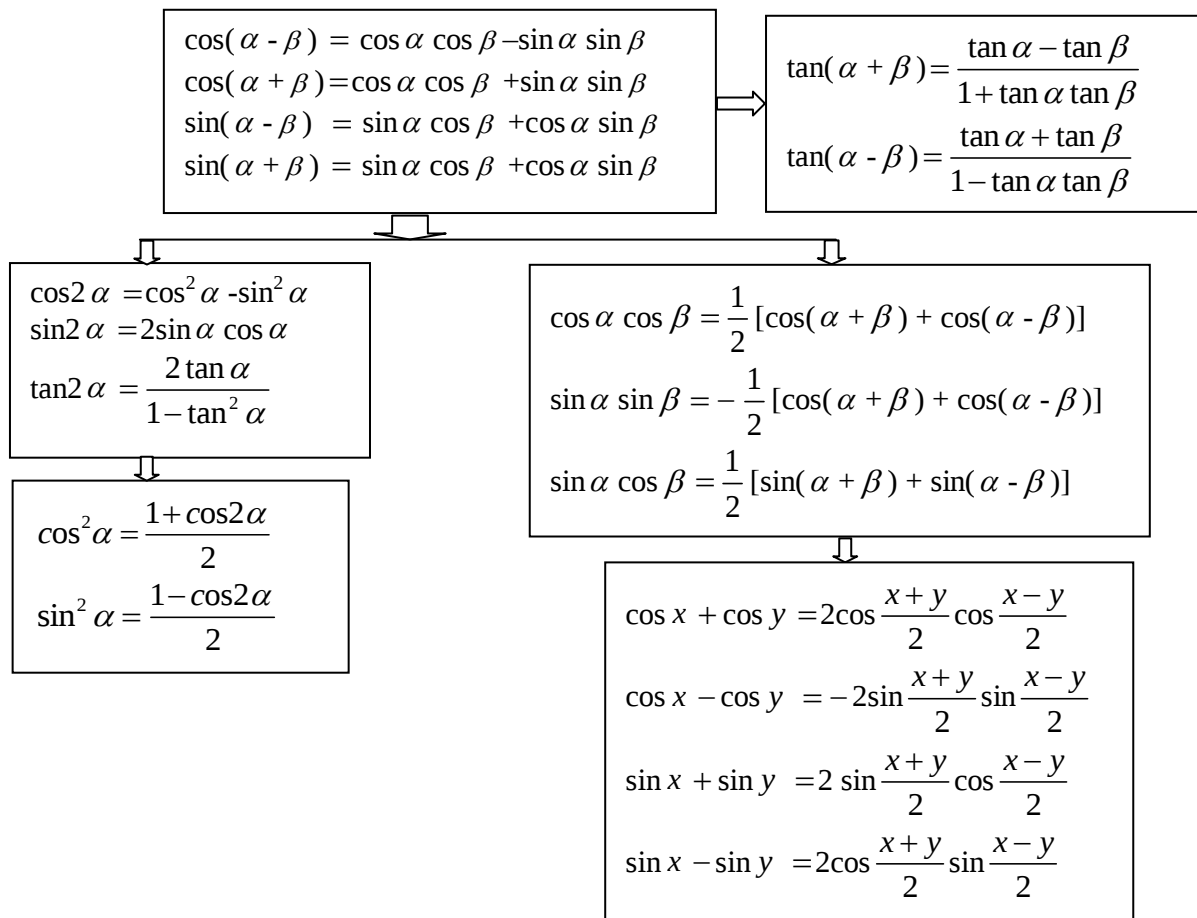
☞ Câu hỏi và bài tập (Phát triển tư duy cho học sinh khá giỏi):

- Hãy chứng minh: $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$, ...

➤ Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa:

Khi dạy bài tập về *một số công thức lượng giác* (Đại số và Giải tích lớp 10 nâng cao), giáo viên có thể soạn hệ thống hóa bài tập như sau:

(*)Trước hết ta hệ thống một số công thức biến đổi theo sơ đồ sau:



(Ở đây ta có tanx, cotx có nghĩa).

(*) Sau đây giáo viên có thể soạn hệ thống câu hỏi và bài tập:

Bài 1. Mỗi khẳng định sau có đúng không?

a) $\cos(a + b) = \cos a + \cos b$ b) $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

c) $\sin(a - b) = \sin a - \sin b$ d) $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

e) $\sin^2 a = \sin 2a$ f) $\sin^2 a = 2\sin a$ g) $\sin 2a = 2\sin a$

h) $\frac{\sin 4a}{\cos 2a} = \tan 2a$ (khi biểu thức có nghĩa).

Bài 2. Đơn giản các biểu thức

a) Tính $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$, $\tan 15^\circ$ (và thử lại kết quả bằng máy tính bỏ túi).

b) $\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}}$ (hãy thử lại kết quả bằng máy tính bỏ túi).

c) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)-\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right).$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right).$

e) $A=(\cos a+\cos b)^2+(\sin a+\sin b)^2.$ Từ đó tính A khi $a-b=\frac{\pi}{3}$

Bài 3. Tính giá trị lượng giác (biểu thức lượng giác)

a) Tính $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$, biết $\cos 2\alpha=\frac{3}{5}.$

b) Tính $S=\sin\frac{\pi}{16}\sin\frac{3\pi}{16}\sin\frac{5\pi}{16}\sin\frac{7\pi}{16}.$

c) Tính $\tan 10^\circ \tan 50^\circ \tan 110^\circ.$

d) Tính $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ.$

e) Tính $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 100^\circ.$

f) Tính $\sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ.$

g) Tính các giá trị lượng giác của góc 2α và góc $\frac{\alpha}{2}.$

Biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi).$

h) Biết $\cos \alpha + \cos \beta = a$ và $\sin \alpha + \sin \beta = b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 \neq 0$).

Hãy tính $\sin(\alpha + \beta)$ theo a và b.

Bài 4. Chứng minh rằng (khi các biểu thức có nghĩa)

a) $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x = 4\sin \alpha \sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right).$

b) $\tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{3}-x\right)\tan x \tan\left(\frac{\pi}{3}+x\right).$

c) $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha .$

d) $2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \cos 2\alpha .$

e) $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4.$

f) Nếu $\alpha + \beta + \gamma = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) và $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \neq 0$ thì

$$\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \tan \beta \tan \gamma.$$

g) Nếu $0 < \alpha < \beta < \gamma < \frac{\pi}{2}$ và $\tan \alpha = \frac{1}{8}, \tan \beta = \frac{1}{5}, \tan \gamma = \frac{1}{2}$

thì $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{4}$.

h) Với $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \blacksquare$ ta có

$$\cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \cos(\beta + \gamma) \sin(\beta - \gamma) + \cos(\gamma + \alpha) \sin(\gamma - \alpha) = 0.$$

i) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$.

(hãy kiểm chứng bằng máy tính bỏ túi).

j) Biểu thức sau không phụ thuộc vào x:

$$A = \sin 4x \sin 10x - \sin 11x \sin 3x - \sin 7x \sin x$$

$$B = \cos^2(a + x) + \cos^2 x - 2 \cos a \cos x \cos(a + x).$$

m) $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$

với $a^2 + b^2 \neq 0, \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \alpha \in [0; \pi).$

n) Tính giá trị lượng giác của $\frac{\pi}{5}$ (bằng cả phương pháp hình học và kiểm chứng kết quả bằng máy tính bỏ túi).

Bài 5. Cho $\blacksquare$

a) Nếu $\sin A = \cos B + \cos C$ thì $\blacksquare$ vuông.

b) Nếu $\sin A = 2 \sin B \cos C$ thì $\blacksquare$ cân.

c) $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cos B \cos C$.

d) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$.

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \frac{1}{2 + \cos 2A} + \frac{1}{2 + \cos 2B} + \frac{1}{2 - \cos 2C}.$$

Bài 6. Chọn phương án đúng trong các phương án sau:

a) Biểu thức $\sin \frac{90^\circ}{4} \cos \frac{270^\circ}{4}$ bằng:

(A) $\frac{1}{2}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$; (B) $\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1)$; (C) $\frac{1}{2}(1 + \frac{\sqrt{2}}{2})$; (D) $\sqrt{2} - 1$.

b) Biểu thức $\frac{\cos 80^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 40^\circ \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \cos 40^\circ}$ bằng:

(A) 1; (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (C) -1; (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ là:

(A) 1; (B) $\frac{3}{2}$; (C) $-\frac{3}{2}$; (D) 2

d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ là:

(A) 1; (B) -3; (C) -1; (D) 2

Ở ví dụ này:

- Kiểm tra mức độ nhận biết, thông hiểu và vận dụng công thức lượng giác.
- Với bài 2, dành cho học sinh yếu kém: Học sinh chỉ cần nhớ công thức, biến đổi và áp dụng trực tiếp hoặc có thể qua một bước biến đổi đơn giản như áp dụng hằng đẳng thức, ...
- Với bài 3, dành cho học sinh trung bình: Đã có sự phức tạp hơn về mức độ. Do vậy học sinh phải biến đổi tương đương một-hai bước trung gian để đưa về dạng công thức đã gặp.
- Với bài 4, dành cho học sinh khá giỏi, yêu cầu cao hơn về kiến thức: Học sinh phải biết linh hoạt các công biến đổi lượng giác để đưa về công thức biến đổi lượng giác đã học.
- Với bài 5, nhằm phát triển tư duy cho học sinh khá giỏi (lượng giác hóa bài toán hình học).
- Với bài 6, giáo viên có thể sử dụng câu hỏi và bài tập phân hoá (câu hỏi trắc nghiệm khách quan) trong khoảng thời gian ít để củng cố công thức biến đổi tích thành tổng.

2.4. Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở lớp 11(nâng cao).

Nội dung gồm 3 bài:

§1. Các hàm số lượng giác

§2. Phương trình lượng giác cơ bản

§3. Một số phương trình lượng giác đơn giản

Căn cứ vào lập luận ở trên, chúng tôi xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa nội dung hàm số lượng giác và phương trình lượng giác lớp 11 nâng cao.

Căn cứ vào đặc điểm cụ thể từng lớp học, hoàn cảnh cụ thể từng bài dạy và từng tiết dạy, giáo viên có thể đưa ra những sự điều chỉnh hợp lý để tác động được đến sát đối tượng học sinh, nhằm nâng cao hiệu quả dạy học theo định hướng phân hóa.

2.4.1. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học các hàm số lượng giác

➤ Phân tích nội dung dạy học:

+ Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$: Thấy được mối liên hệ giữa mỗi số thực x với điểm cuối của cung (góc) lượng giác có số bằng $x(\text{rad})$, mỗi điểm cuối đó xác định toạ độ theo thứ tự theo $\sin x$ và $\cos x \Rightarrow$ định nghĩa.

Với hai số thực đối nhau thì cosin của chúng bằng nhau, sin của chúng đối nhau $\Rightarrow$ tính chẵn-lẻ của hàm số.

Các số thực có dạng $x + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ cho cùng một điểm cuối trên đường tròn lượng giác $\Rightarrow$ định nghĩa hàm số tuần hoàn và chu kì.

Sự biến thiên và đồ thị của hàm số $y = \sin x$: Do hàm số tuần hoàn với chu kì 2π nên bảng biến thiên và đồ thị tương ứng được lập lại sau 2π . Do vậy ta xét bảng biến thiên trên đoạn 2π (chọn $[-\pi; \pi]$). Từ đó vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$, rồi tịnh tiến liên tiếp sang trái (theo $-2\pi \cdot \vec{i}$) và sang phải (theo $2\pi \cdot \vec{i}$).

Sự biến thiên và đồ thị của hàm số $y = \cos x$: Làm tương tự như hàm số $y = \sin x$ hoặc do $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ nên đồ thị hàm số $y = \cos x$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \sin x$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ $-\frac{\pi}{2} \cdot \vec{i}$.

+ Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$:

Mỗi số thực $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, luôn xác định được số thực $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ (minh

hoạ bằng hình vẽ). Đặt $D_1 = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow$ hàm số $y = \tan x$.

Mỗi số thực $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$, luôn xác định được số thực $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ (minh hoạ

bằng hình vẽ). Đặt $D_2 = \left(\pi, 2\pi \right) \Rightarrow$ hàm số $y = \cot x$.

Với mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, ta có $\tan(-x) = -\tan x$ nên hàm số là lẻ.

Với mọi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ta có $\cot(-x) = -\cot x$ nên hàm số là lẻ.

Do $\tan(x + \pi) = \tan x$ với $\forall x \in D_1$, $\cot(x + \pi) = \cot x$ với $\forall x \in D_2$ nên ta có các hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Sự biến thiên và đồ thị hàm số $y = \tan x$: Do tính chất tuần hoàn với chu kỳ π của hàm số $y = \tan x$, nên ta chỉ khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của nó trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \subset D_1$, rồi tịnh tiến phần đồ thị vừa vẽ sang trái, sang phải các đoạn có độ dài là $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ khi đó ta được đồ thị hàm số $y = \tan x$.

Sự biến thiên và đồ thị hàm số $y = \cot x$: Do hàm số $y = \cot x$ xác định trên $D_2 = \left(\pi, 2\pi \right)$ là hàm tuần hoàn với chu kỳ π nên ta khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của nó tương tự như hàm số $y = \tan x$.

+ Khái niệm về hàm số tuần hoàn: Từ các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ là những hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π và các hàm $y = \tan x, y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π . Khi đó ta có định nghĩa một cách tổng quát hàm số tuần hoàn và chu kỳ của hàm số đó.

➤ Mục tiêu:

✎ Kiến thức và kỹ năng cơ bản:

+ Hiểu được các định nghĩa hàm số lượng giác $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ với x là số thực và là radian (không phải số đo độ) của góc (cung) lượng giác.

Hiểu được tính chẵn - lẻ; tính tuần hoàn và chu kì của các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$; biết TXĐ và TGT của các hàm số đó.

Biết dựa vào trục sin, trục cosin, trục tang và trục cotang gắn với đường tròn lượng giác để khảo sát sự biến thiên của hàm số tương ứng rồi thể hiện sự biến thiên đó trên đồ thị.

+ Xác định được tính chẵn, lẻ của hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$; biết tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất; giao điểm đồ thị với trục hoành. Giúp học sinh nhận biết hình dạng đồ thị và cách vẽ đồ thị hàm số lượng giác.

✍ Kiến thức và kĩ năng nâng cao:

+ Nắm được mối liên hệ giữa số thực x (trên trục số) với điểm cuối của (góc) cung lượng giác (đơn vị trên trục số bằng bán kính đường tròn lượng giác).

Nắm được cách tìm chu kì của hàm số tuần hoàn. Biết cách xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số trên.

+ Chứng tỏ được hàm số tuần hoàn với chu kì $T > 0$. So sánh được giữa các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ và $y = \cot x$ với các hàm số đã học (như hàm số bậc hai,...). Từ đồ thị ta biết được như: Tập xác định, Tập giá trị (giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất), tính tuần hoàn, tính tuần hoàn và chu kì, khoảng đơn điệu (khoảng đồng biến, nghịch biến). Đặc biệt từ đồ thị hàm số có dạng đường hình sin có thể xác định được hàm số lượng giác, xác định điểm cao nhất và điểm thấp nhất,...

☞ Tư duy: Phát huy trí tưởng tượng, phát triển tư duy sáng tạo, tư duy khái quát hoá.

☞ Thái độ: Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, có thái độ nghiêm túc và tinh thần hợp tác trong các hoạt động học tập.

➤ Nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập:

+ Sự tương ứng giữa mỗi số thực x với điểm cuối của cung lượng giác M có số là x ; với $\sin x$ và $\cos x$ tương ứng là toạ độ của điểm M .

+ Định nghĩa, TXĐ, TGT, tính chẵn-lẻ, tuần hoàn và chu kì của hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$.

+ Sự đồng biến, nghịch trên $[-\pi; \pi]$ và cách vẽ đồ thị của hàm $y = \sin x$. Xác định ảnh qua phép tịnh tiến.

- + Sự đồng biến, nghịch biến trên $[0; \pi]$ và cách vẽ đồ thị của hàm $y = \cos x$ (hoặc được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \sin x$, từ đó minh họa được bảng biến thiên).
- + TXĐ, TGT, tính chẵn lẻ, tính tuần hoàn và chu kì của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$.
- + Tính đồng biến, nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và cách vẽ đồ thị của hàm số $y = \tan x$.
- + Tính đồng biến, nghịch biến trên $(0; \pi)$ và cách vẽ đồ thị của hàm số $y = \cot x$.
- + Định nghĩa hàm số tuần hoàn và chu kì của một hàm số $y = f(x)$.
 - Diễn đạt các nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập:
- + Mỗi giá trị thực x cho duy nhất một giá trị thực $\sin x$ đúng hay sai?
- + Hãy cho biết TXĐ, TGT của hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$?
- + Thế nào là hàm chẵn, hàm lẻ? Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là hàm số chẵn hay lẻ? tại sao?
- + Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π đúng hay sai?
- + Trên $[-\pi; \pi]$ hàm số $y = \sin x$ tăng hay giảm?
- + Hãy cho biết sự tăng, giảm của hàm số $y = \sin x$ trên $[-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi]$?
- + Điểm cao nhất trên đồ thị hàm số $y = \sin x$ là những điểm $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; 1)$?
- + Các khẳng định sau: hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(0; \pi)$, còn nghịch biến trên $(\pi; 2\pi)$ đúng hay sai ?
- + Trên cùng một khoảng $(a; b)$ mà hàm số $y = \sin x$ đồng biến thì hàm số $y = \cos x$ nghịch biến đúng hay sai?
- + Trên cùng một khoảng $(a; b)$ mà hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cùng dấu thì chúng cùng đồng biến hoặc cùng nghịch biến đúng hay sai?
- Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa:

Bài 1. Khẳng định nào sau là đúng? Giải thích?

- a. Mỗi số thực x xác định đúng một điểm cuối trên đường tròn lượng giác có số đo bằng x rad (HS yếu kém).
- b. Có thể có 2 số thực x trên trục số cho cùng một điểm cuối M trên đường tròn lượng giác (HS trung bình).
- c. Mỗi điểm cuối trên đường tròn lượng giác ta xác định được vô số giá trị thực trên trục số (HS khá giỏi).
- d. Mỗi điểm cuối M với số $AM = x$ trên đường tròn lượng giác luôn xác định được duy nhất hoành độ là $\cos x$ và tung độ là $\sin x$ (HS khá giỏi).

Bài 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- a. Hàm số $y = -\sin x$ có TXĐ là $\mathbb{R}$, TGT là $[-1; 1]$ (HS trung bình, yếu).
 - b. Hàm số $y = x + \sin x$ không là hàm số lượng giác (HS khá giỏi).
 - c. Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số sin, hàm nào là hàm số cosin. Nếu là hàm số sin, hàm số cosin hãy cho biết tập xác định.
- 1) $y = c$ (c là hằng số) 2) $y = x^2$ 3) $y = -\sin x$ 4) $y = \sin 2x$ 5) $y = \cos x$
- Chủ định HS yếu kém, trung bình: 1); 2); 5), khá giỏi: 3); 4); 5).
- d. Biểu thức $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ là một hàm số lượng giác, có TXĐ $\mathbb{R}$ và TGT $[-2; 2]$ (HS trung bình).
 - e. Hàm số $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3}) + 3$ có TXĐ: $\mathbb{R}$ và TGT: $[-1; 5]$ (HS khá giỏi).
 - f. Hàm số $y = A\sin(\omega x + \alpha) + B$ (với $A\omega \neq 0$ và A, ω là những hằng số khác không) có TXĐ: $\mathbb{R}$ và giá trị lớn nhất là $|A| + B$; còn giá trị nhỏ nhất là $-|A| + B$ (HS khá giỏi).

- g. Hàm số $D: \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \text{ vô tỉ} \\ 1 & \text{nếu } x \text{ hữu tỉ} \end{cases}$

là hàm số tuần hoàn nhưng không có chu kì (HS khá giỏi).

h. Hàm số $y = A \sin \omega x + B$ ($A \omega \neq 0$; A, ω, B là những hằng số) là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{|\omega|}$.

Bài 3. Thế nào là hàm số chẵn, lẻ? Từ đó hãy cho biết tính chẵn, lẻ đối với hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ (HS khá giỏi).

Đối với học sinh trung bình và yếu yêu cầu thêm so sánh $\sin(-x)$ với $\sin x$, $\cos(-x)$ với $\cos x$.

Bài 4. Các khẳng định sau đúng hay sai? Tại sao?

- Với $\forall k \in \mathbb{Z}$ luôn có $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ và $\cos(x + k2\pi) = \cos x$.
- Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.
- Các hàm số $y = -\sin x$, $y = -\cos x$ là những hàm số tuần hoàn với chu kì 2π .
- Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.
- Hàm số $y = c$ (với c là hằng số) là hàm tuần hoàn với chu kì $T = 0$?
- Hàm số $y = c$ (với c là hằng số) là hàm tuần hoàn, nhưng không có chu kì?
- Hàm số $y = x^2 - x - 1$ không phải là hàm số tuần hoàn.
- Hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.
- Hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 4\pi$.
- Hàm số $y = |\sin x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.
- Hàm số $y = |\sin x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.
- Hàm số $y = \frac{1}{2} \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.
- Hàm số $y = 2 \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$.

Chủ định HS khá giỏi: c,d,i,k,m,n. HS trung bình: b,c,h,. HS yếu kém: a,b,e,g.

Bài 5. Dùng bảng phụ học sinh hoàn thiện (sử dụng máy vi tính để trình chiếu, rồi cho học sinh trả lời) hãy điền những từ, cụm từ thích hợp vào “...” sau:

- Hàm số $y = \sin x$ có biến số x là ...
- Hàm số $y = \sin x$ có☐.

- 3) Hàm số $y = \cos x$ có tập , giá trị lớn nhất là ..., giá trị nhỏ nhất là ...
- 4) Hàm số $y = \sin x$ là hàm sốNên đồ thị nhận làm tâm đối xứng.
- 5) Hàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn. Nên
- 6) Hàm số $y = \sin x$ là hàm ... với chu kì
- 7) Hàm số $y = \cos(x + \frac{1}{2})$ là hàm số tuần với
- 8) Hàm số $y = \cos x$ và hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ đều có là ■.
- 9) Hàm số $y = \sin 3x$ là với chu kì
- 10) Hàm số $y = c$ (c là hằng số) là hàm số , nhưng không có

Bài 6. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

b. $y = \sqrt{3 - \sin x}$

c. $\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}}$

d. $y = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$

HS yếu kém làm ý a), trung bình ý b); khá giỏi ý c,d).

Bài 7. Xét tính chẵn - lẻ của mỗi hàm số sau:

a. $y = -2\sin x$

b. $y = 3\sin x - 2$

c. $y = 4\sin \sqrt{x}$

HS yếu kém làm ý a.

HS trung bình ý b.

HS khá giỏi ý c.

Bài 8. Tìm TXĐ của các hàm số sau:

a. $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$

b. $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$

c. $y = \frac{1}{\sin x}$

d. $y = \sqrt{1 - \sin x}$

e. $y = 4\sin \sqrt{x}$

HS yếu kém làm ý c. HS trung bình ý a,b. HS khá giỏi ý a,c, e.

Bài 9. Hãy trả lời những câu hỏi sau:

- a. Hãy cho biết chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$. Từ đó có thuận lợi gì khi xét chiều biến thiên của hàm số đó?
- b. Khi xét chiều biến thiên của hàm số đó, ta nên chọn đoạn có độ dài là bao nhiêu?

c. Hãy kể tên một vài đoạn đó. Theo em chọn đoạn nào? để xét bảng biến thiên thuận tiện nhất (phù hợp nhất).

Chủ định HS yếu kém trả lời ý a, HS trung bình ý b, HS khá giỏi ý c.

Bài 10. Trả lời những câu hỏi sau

1. Em hãy cho biết giá trị của $\sin x$ tăng hay giảm (thay đổi ntn?) từ đâu đến đâu?

Khi x thuộc mỗi đoạn sau:

a) $x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}]$.	b) $x \in [-\frac{\pi}{2}; 0]$.	c) $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$.	d) $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$.

2. Khi thay đổi trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$ thì $y = \sin x$ thay đổi ntn?

3. Tại sao khi vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$ ta chỉ cần vẽ đồ thị trên đoạn $[0; 2\pi]$?

4. Trên đoạn $[0; 2\pi]$ đồ thị hàm số $y = \sin x$ đi qua những điểm đặc biệt nào?

5. Hãy nêu cách vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $[-\pi; \pi]$?

Chủ định HS trung bình yếu ý 1,3,5. HS khá giỏi ý 2,3,5.

Bài 11. Trả lời đúng-sai?

a. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ là một đường Parabol, có điểm cao nhất với tung độ là 1

b. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ là một đường hình sin, đối xứng với nhau qua gốc tọa độ, có điểm cao nhất có tung độ là 1, điểm thấp nhất có tung độ là -1.

c. Đường thẳng $y = m \in [-1; 1]$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại vô số điểm.

d. Trên $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ hàm số $y = \sin x$ nghịch biến.

e. Hàm số $y = \sin x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $[2k\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi]$ với $k \in \mathbb{Z}$.

f. Hai điểm cao nhất của đồ thị Hàm số $y = \sin x$ có khoảng cách nhỏ nhất là 2π .

g. Từ đồ thị hàm số $y = \sin x$, suy ra đồ thị hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ bằng cách tịnh tiến theo trục hoành sang trái $\frac{\pi}{2}$ đơn vị.

Bài 12. Hãy trả lời những câu hỏi sau:

- Với $\forall x \in \blacksquare$ hãy so sánh $\cos x$ và $\sin(x + \frac{\pi}{2})$?
- Hãy cho biết mối liên hệ giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$?
Từ đó nêu cách vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$?
- Từ đồ thị hãy xác định bảng biến thiên của hàm số $y = \cos x$ trên $[-\pi; \pi]$?
- Khi x thay đổi thì $y = \cos x$ thay đổi như thế nào?
- Trên mỗi khoảng $[-\pi + k2\pi, k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$ thì hàm số $y = \cos x$ luôn đồng biến?
HS trung bình yếu kém a, b, c. HS khá giỏi b, d, e.

Bài 13. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? khẳng định nào sai?

- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ luôn có tập xác định là $\blacksquare$, tập giá trị là $[-1; 1]$.
- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những hàm lẻ.
- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những hàm tuần hoàn với chu kỳ 2π .
- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những hàm số đồng biến trên mỗi đoạn $[-\pi + k2\pi; k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$.
- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những hàm số nghịch biến trên mỗi đoạn $[-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$.
- Trên đoạn $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là nghịch biến.
- Đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những đường hình sin.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$ luôn đi qua điểm có tọa độ là $(k2\pi; 1)$ với $k \in \blacksquare$.
- Trên mỗi đoạn $[\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$ thì hàm số $y = \sin x$ đồng biến, còn hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.
- Đồ thị hàm số $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến theo véc tơ $\frac{\pi}{4}\vec{l}$ (với $\vec{l}$ là véc tơ đơn vị trên trục hoành).

11) Hàm số $y = |\sin x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

12) Các hàm số $y = \sin x - \cos x$ và $y = \sin \sqrt{x}$ là những hàm số không lẻ, cũng không chẵn.

Bài 14. Khẳng định nào sau là đúng? Giải thích?

a. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên từng khoảng $(2k\pi; \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

b. Trên khoảng $(\pi; \frac{3\pi}{2})$ thì hàm số $y = \sin x$ nghịch biến, hàm số $y = \cos x$ đồng biến.

c. d. Hàm số $y = \sin^2 x$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì hàm số $y = \cos^2 x$ đồng biến trên khoảng đó.

e. Điểm cao nhất của đồ thị hàm số $y = \sin x$ có tọa độ $(\frac{\pi}{2} + k2\pi; 1)$ và hai điểm liên tiếp trên các nhau một khoảng bằng chu kỳ của hàm số đó.

f. Trên mỗi khoảng mà hàm số $y = \sin x$ nghịch biến thì hàm số $y = \cos x$ đồng biến.

Hàm số $y = \cos 2x$ nghịch biến trên từng đoạn $[\pi(\frac{1}{2} + k); \pi(\frac{3}{2} + k)]$ với $k \in \mathbb{Z}$.

g. Trên mỗi khoảng mà hàm số $y = \sin x$ và hàm số $y = \cos x$ mà cùng âm thì chúng cùng đồng biến.

HS yếu - kém a, b; HS trung bình b, e, f; HS khá giỏi d, e, f, g.

Bài 15. Khẳng định sau đúng hay sai? (HS khá giỏi)

a. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ $\vec{u}(\frac{\pi}{4}; 1)$ ta được đồ thị hàm số

$$y = 1 + \sin(x - \frac{\pi}{4}).$$

b. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \sin x$ theo véc tơ tịnh tiến $-\frac{\pi}{2}\vec{i}$ (với $\vec{i}$ là véc tơ đơn vị trên trục ox) ta được đồ thị hàm số $y = \cos x$.

Bài 16. Hãy chọn mệnh đề đúng? Trong các mệnh đề sau.

Gọi đồ thị hàm số $y = f(x)$ là (C) . Véc tơ $\vec{i}, \vec{j}$ lần lượt là véc tơ đơn vị trên hệ trục tọa độ Oxy .

a. Đồ thị hàm số $y = f(x) + a$ có được khi tịnh tiến (C) theo véc tơ $a\vec{j}$.

- b. Đồ thị hàm số $y = f(x) - a$ có được khi tịnh tiến (C) theo véc tơ $a\vec{j}$.
- c. Đồ thị hàm số $y = f(x + a)$ có được khi tịnh tiến (C) theo véc tơ $a\vec{j}$.
- d. Đồ thị hàm số $y = f(x - a)$ có được khi tịnh tiến (C) theo véc tơ $a\vec{j}$.
- e. Đồ thị hàm số $y = kf(x)$ ($k \neq 0$) là ảnh của (C) qua phép dẫn theo phương trục tung với hệ số dẫn k khi $|k| > 1$.
- f. Đồ thị hàm số $y = kf(x)$ ($k \neq 0$) là ảnh của (C) qua phép co theo phương trục tung với hệ số co k khi $|k| < 1$.
- g. Đồ thị hàm số $y = f(kx)$ ($k \neq 0$) là ảnh của (C) qua phép co theo phương trục hoành với hệ số co $\frac{1}{k}$ khi $|k| > 1$.
- h. Đồ thị hàm số $y = f(kx)$ ($k \neq 0$) là ảnh của (C) qua phép co theo phương trục hoành với hệ số dẫn $\frac{1}{k}$ khi $|k| < 1$.
- i. Đồ thị hàm số $y = kf(x)$ đối xứng với (C) qua trục hoành khi $k = -1$.
- k. Đồ thị hàm số $y = f(kx)$ đối xứng với (C) qua trục tung khi $k = -1$.

Bài 17. Cho các hàm số $f(x) = \sin x$ và $g(x) = \cos x$ các khoảng $J_1 = (\pi; \frac{3\pi}{2})$,

$$J_2 = (-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}), \quad J_3 = (\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4}), \quad J_4 = (-\frac{452\pi}{3}; \frac{601\pi}{4}).$$

Hỏi hàm số nào trong ba hàm số đó đồng biến trên khoảng J_1 ? Trên khoảng J_2 ? Trên khoảng J_3 ? Trên khoảng J_4 ? (Trả lời bằng các lập bảng).

Bài 18. Cho các hàm số sau:

a. $y = -\sin^2 x$

b. $y = 3\tan^2 x + 1$

c. $y = \sin x \cos x$

d. $y = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$

Chứng minh rằng mỗi hàm số $y = f(x)$ đó đều có tính chất:

$$f(x + k\pi) = f(x) \text{ với } k \in \mathbb{Z}, x \text{ thuộc tập xác định của hàm số } f.$$

- HS yếu kém làm ý b); trung bình ý a, c; khá giỏi ý d).

g. Đồ thị hàm số $y = 1 + \cos x$ đối xứng qua đường thẳng $y = 1$ là đồ thị hàm số $y = 1 - \cos x$.

h. Đồ thị hàm số $y = \sin \frac{x}{2}$ đối xứng qua điểm $I(\frac{\pi}{2}; 0)$ là đồ thị hàm số

$$y = -\cos \frac{x}{2}.$$

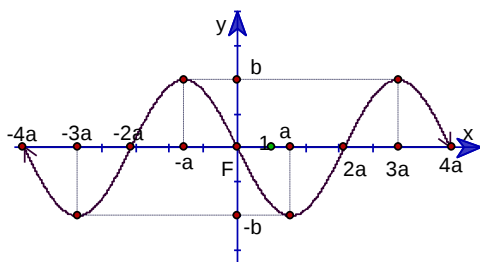
Bài 24. Cho các hàm số $y = f(x) = 2\sin 2x$

a. Chứng minh rằng với số nguyên k tùy ý, luôn có $f(x + k\pi) = f(x)$

b. Lập bảng biến thiên của hàm số $y = 2\sin 2x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$.

c. Vẽ đồ thị hàm số $y = 2\sin 2x$.

Bài 23. Biết đồ thị của hàm số $y = A\sin \omega x$ (với A, ω là những hằng số) có dạng hình vẽ:

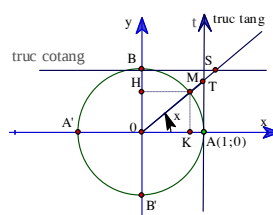


+ Khi đó ta có $A = -b; \omega = \frac{\pi}{2a}$.

+ Hàm số $y = -b\sin(\frac{\pi}{2a}x)$ là hàm tuần hoàn với chu kỳ $4a (a > 0)$.

Bài 25. Trả lời những câu hỏi sau?

Cho hình vẽ (H.3.1)



H.3.1

a. Hãy xác định $\tan x$, $\cot x$ theo $\sin x$ và $\cos x$.

b. Tính $\tan x$ theo $\overline{AT}$ và $\cot x$ theo $\overline{BS}$.

c. Hãy cho biết TXĐ của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$.

d. Cho biết ý nghĩa hình học của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$.

e. Hãy cho biết TXĐ giữa các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$.

f. Hãy so sánh TXĐ, TGT giữa các hàm số $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$.

HS trung bình c, b, e. HS khá giỏi c, d, f. HS yếu kém a, c, e.

Bài 26. Trả lời những câu hỏi sau:

a. Hãy cho biết tính chẵn, lẻ của các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$?

- b. Hãy so sánh $\tan(-x)$ với $\tan x$, $\cot(-x)$ với $\cot x$.
- c. So sánh TXĐ, TGT của các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$?
- d. So sánh $\tan(x + \pi)$ với $\tan x$, $\tan(x + k\pi)$ với $\tan x$?
- e. So sánh $\cot(x + \pi)$ với $\cot x$, $\cot(x + k\pi)$ với $\cot x$?
- f. Hãy so sánh tính tuần hoàn và chu kì của các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$.

Bài 27. Chọn mệnh đề đúng-sai trong các mệnh đề sau:

- 1) Hàm số $y = \sin x \cos^2 x + \tan x$ là hàm số lẻ.
- 2) Hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số lẻ.
- 3) Hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số chẵn.
- 4) Hàm số $y = \tan |x|$ là hàm số lẻ.
- 5) Hàm số $y = \tan |x|$ là hàm số chẵn.
- 6) Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 7) Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$.
- 8) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có cùng tập xác định.
- 9) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có cùng tập giá trị.
- 10) Hàm số $y = \cos^2 x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn, tuần hoàn và không có chu kì.
- 11) Hàm số $y = \cos^2 x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn, tuần hoàn và có chu kì.
- 12) Hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là 2π .
- 13) Hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là $\frac{\pi}{2}$.
- 14) Hàm số $y = \cot \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là $\frac{\pi}{2}$.
- 15) Hàm số $y = \cot \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là 2π .

Bài 28. Các khẳng định sau có đúng không?

a. Hàm số $y = \left| \tan \frac{x}{2} \right|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{2}$.

b. Hàm số $y = |\cot x| + \sin x$ là hàm số không chẵn và không lẻ.

c. Hàm số $y = \left| \cot \frac{x}{2} \right|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{2}$.

d. Hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.

e. Hàm số $y = |\cot x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \pi$.

Bài 29. Xét tính chẵn - lẻ của mỗi hàm số sau:

a. $y = \tan x - \sin 2x$

b. $y = |\tan x|$

c. $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

HS yếu kém làm ý b); trung bình ý a); khá giỏi ý c).

Bài 30. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)$

b. $y = \frac{1}{\cot x}$

c. $y = \frac{3\sin 2x + \cos x}{\cos\left(4x + \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)}$

Bài 31. Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau:

a. $y = \frac{1 - \cos x}{2 \sin x + \sqrt{2}}$

b. $y = \frac{\sin(x - 2)}{\cos 2x - \cos x}$

c. $y = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

d. $y = \frac{1}{\sqrt{3} \cot 2x + 1}$

Bài 32. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

a. Hãy cho biết TXĐ, TGT, tính tuần hoàn và chu kì của hàm số $y = \tan x$?

b. Hãy cho biết TXĐ, TGT, tính tuần hoàn và chu kì của hàm số $y = \cot x$?

c. Để khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \tan x$ được thuận lợi ta nên xét trên khoảng nào? Tại sao?

Bài 34. Khẳng định nào sau là đúng? Giải thích?

- Hàm số $y = \tan x$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.
- Đồ thị hàm số $y = \cot x$ có hướng đi xuống trên mỗi khoảng xác định.
- Hàm số $y = \tan x$ luôn đồng biến trên tập xác định.
- Hàm số $y = \cot x$ luôn đồng biến trên tập xác định.
- Hàm số $y = \cot x$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- Đồ thị hàm số $y = \tan x$ có hướng đi lên trong mỗi khoảng xác định.
- Các đường thẳng có phương trình $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ là những đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \tan x$.
- Các đường thẳng có phương trình $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ là những đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \cot x$.

Bài 35. Cho các hàm số $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $h(x) = \tan x$ và các khoảng

$$J_1 = (\pi; \frac{3\pi}{2}), \quad J_2 = (-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}), \quad J_3 = (\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4}), \quad J_4 = (-\frac{452\pi}{3}; \frac{601\pi}{4}).$$

Hỏi hàm số nào trong ba hàm số đó đồng biến trên khoảng J_1 ? Trên khoảng J_2 ? Trên khoảng J_3 ? Trên khoảng J_4 ? (Trả lời bằng các lập bảng).

Bài 36. Trả lời những mệnh đề đúng-sai trong các mệnh đề sau:

- Hàm số $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$ xác định khi $x = k2\pi, k \in \mathbf{Z}$
- Hàm số $y = \sin x$ trên $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ có giá trị lớn nhất là 0 khi $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ và giá trị nhỏ nhất là -1 khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbf{Z}$.
- Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $[a; b]$ thì hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên đó.
- Hàm số $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ là hàm số lẻ.
- Hàm số $y = 2 \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
- Hàm số $y = 2 + 2,5 \sin[2\pi(x - \frac{1}{4})]$ giá trị lớn nhất là 4,5. Giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{2}$.

g. Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = \sin x$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -\sin x$.

h. Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ gồm 2 phần:

+ Phần 1: Để nguyên phần đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên trục hoành.

+ Phần 2: Lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị hàm số $y = \sin x$ lên trên trục hoành.

i. Đồ thị hàm số $y = \sin|x|$ gồm 2 phần:

+ Phần 1: Để nguyên phần đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên trục hoành.

+ Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục tung.

k. Đồ thị hàm số $y = \cos x$ tịnh tiến theo phương trục tung lên trên 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = \cos x + 2$.

2.4.2. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học phương trình lượng giác cơ bản

➤ Phân tích nội dung dạy học:

Xuất phát từ bài toán trong thực tế (SGK tr 19), để giải quyết những bài toán đó đã dẫn đến việc giải quyết phương trình có dạng $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ với m là số cho trước và $x \in \mathbb{R}$. Đó là các phương trình lượng giác.

♦ Phương trình $\sin x = m$ (I)

+ Trước hết ta đi tìm một nghiệm của phương trình trong trường hợp cụ thể, từ đó tìm được nghiệm của phương trình đó với $m \in [-1; 1]$ (vô nghiệm khi $m \notin [-1; 1]$)

+ Sử dụng đường tròn lượng giác, trục sin ta xác định được điểm cuối của cung lượng giác thông qua xác định đoạn có độ dài đại số bằng m . Mỗi điểm cuối đó luôn có dạng $\alpha + k2\pi$ với $\sin \alpha = m$.

+ Xây dựng được công thức nghiệm của (I), khái niệm họ nghiệm của (I).

+ Củng cố công thức nghiệm (I) qua nhận dạng và thể hiện.

+ Minh họa giải phương trình bằng đồ thị, tổng quát $\sin Q(x) = \sin P(x)$.

+ Một số chú ý: Các trường hợp đặc biệt của công thức nghiệm, giá trị ngược, quy ước viết công thức nghiệm theo độ.

♦ Phương trình $\cos x = m$ (II)

+ Tìm một nghiệm của phương trình trong trường hợp cụ thể, từ đó tìm được nghiệm của phương trình đó với $m \in [-1;1]$ (vô nghiệm khi $m \notin [-1;1]$)

+ Sử dụng đường tròn lượng giác, trục cosin ta xác định được điểm cuối của cung lượng giác thông qua xác định đoạn có độ dài đại số bằng m . Mỗi điểm cuối đó luôn có dạng $\alpha + k2\pi$ với $\cos x = m$.

+ Xây dựng được công thức nghiệm của (II), khái niệm họ nghiệm của (II).

+ củng cố công thức nghiệm (II) qua nhận dạng và thể hiện.

+ Minh họa giải phương trình bằng đồ thị, $\cos Q(x) = \cos P(x)$

+ Một số chú ý: Các trường hợp đặc biệt của công thức nghiệm, giá trị ngược, quy ước viết công thức nghiệm theo độ.

♦ Phương trình $\tan x = m$ (III)

+ Trước hết ta đi tìm một nghiệm của phương trình trong trường hợp cụ thể, từ đó tìm được nghiệm của phương trình đó.

+ Sử dụng đường tròn lượng giác, trục tang ta xác định được điểm cuối của cung lượng giác thông qua xác định đoạn có độ dài đại số bằng m . Mỗi điểm cuối đó luôn có dạng $\alpha + k\pi$ với $\tan x = m$.

+ Xây dựng được công thức nghiệm của (III), khái niệm họ nghiệm của (III).

+ củng cố công thức nghiệm (III) qua nhận dạng và thể hiện.

+ Minh họa giải phương trình bằng đồ thị, $\tan Q(x) = \tan P(x)$

+ Một số chú ý: Các trường hợp đặc biệt của công thức nghiệm, giá trị ngược, quy ước viết công thức nghiệm theo độ.

♦ Phương trình $\cot x = m$ (IV)

+ Tìm một nghiệm của phương trình trong trường hợp cụ thể, từ đó tìm được nghiệm của phương trình đó.

+ Sử dụng đường tròn lượng giác, trục sin ta xác định được điểm cuối của cung lượng giác thông qua xác định đoạn có độ dài đại số bằng m . Mỗi điểm cuối đó luôn có dạng $\alpha + k\pi$ với $\cot x = m$.

+ Xây dựng được công thức nghiệm của (IV), khái niệm họ nghiệm của (IV).

+ củng cố công thức nghiệm (IV) qua nhận dạng và thể hiện.

+ Minh họa giải phương trình bằng đồ thị.

+ Một số chú ý: Các trường hợp đặc biệt của công thức nghiệm, giá trị ngược, quy ước viết công thức nghiệm theo độ, $\cot Q(x) = \cot P(x)$

➤ Mục tiêu:

✍ Kiến thức và kỹ năng cơ bản:

+ Hiểu được phương pháp xây dựng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$ và $\cot x = m$ (sử dụng đường tròn lượng giác, các trục sin, cosin, tang, cotang và tính tuần hoàn của nó). Nắm vững được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

+ Biết vận dụng thành thạo công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản. Biết cách biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác trên đường tròn lượng giác.

✍ Kiến thức và kỹ năng nâng cao:

+ Mỗi quan hệ giữa số nghiệm phương trình và đồ thị với số giao điểm đồ thị của chúng.

+ Vận dụng công thức nghiệm để giải phương trình dạng, đưa về dạng $\sin P(x) = \sin Q(x)$, $\cos P(x) = \cos Q(x)$, $\tan P(x) = \tan Q(x)$,

$\cot P(x) = \cot Q(x)$. Tìm nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước.

✍ Tư duy: Phát huy trí tưởng tượng, phát triển tư duy sáng tạo, tư duy khái quát hoá, tư duy logic. Biết quy lạ về quen.

✍ Thái độ: Tự giác, tích cực tham gia vào các hoạt động nhóm, có ý thức xây dựng bài.

➤ Nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập:

+ Các phương trình lượng giác cơ bản $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$ và $\cot x = m$.

➤ Diễn đạt các nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập:

+ Phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ có nghiệm khi nào? Vô nghiệm khi nào?

+ Các giá trị $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ có là nghiệm của phương trình $\sin x = m$ không?

- + Các giá trị $-\frac{\pi}{3}$ và $\frac{\pi}{3}$ có là nghiệm của phương trình $\cos x = m$?
- + Đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ ($y = \cos x$) đúng hay sai?
- + Đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$?

➤ Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa:

Bài 37. Trong các giá trị của x sau:

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{6}$ d) 30° e) $\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ f) $\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

giá trị nào của x thỏa mãn đẳng thức $\sin x = \frac{1}{2}$ (1)?

Bài 38. Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng khẳng định nào sai?

- a. Phương trình $\sin x = m$ luôn vô nghiệm khi $|m| > 1$.
- b. Phương trình $\sin x = m$ luôn vô nghiệm khi $|m| \leq 1$.
- c. Với mỗi $m \in [-1; 1]$, các phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ luôn có nghiệm.
- k. Với $\forall m \in \mathbb{R}$, các phương trình $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ luôn có nghiệm.

Bài 39. Giải các phương trình

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin x = \frac{2}{3}$

d. $\sin 4x = \sin \frac{\pi}{5}$ e. $\sin \frac{x + \pi}{5} = -\frac{1}{2}$

f. $\cos \frac{x}{2} = \cos \sqrt{2}$ g. $\cos(x + \frac{\pi}{18}) = \frac{2}{5}$

- HS yếu kém và trung bình làm ý a, b, d); khá giỏi b, c, d, e, f).

Bài 40. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng? mệnh đề nào sai?

- a. Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ luôn có nghiệm x .
- b. Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ vô nghiệm.

c. Phương trình $\sin x = \cos x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

d. Phương trình $\sin(90^\circ - x) = 1$ có nghiệm $x = k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

g. Tổng các nghiệm $x \in (0; 5\pi)$ của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là 15π .

h. Phương trình $2\sin x = -1$ có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

i. Phương trình $3\sin[\frac{\pi}{182}(t-180)] = 0$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$ có nghiệm $t = 1$.

k. Phương trình $\sin x = \cos x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

m. Phương trình $\frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} = 0$ có nghiệm là: $x = \frac{k\pi}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Bài 41. Vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$ rồi chỉ ra trên đồ thị đó các điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-\pi; 4\pi)$ là nghiệm của phương trình sau:

a. $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\sin x = 1$

Bài 42. Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng khẳng định nào sai ?

a. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ tại hai điểm có

hoành độ $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = -\frac{5\pi}{6}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

b. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ tại hai điểm có

hoành độ $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

c. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn có điểm cao nhất là $(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; 1)$.

d. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn có tâm đối xứng.

Bài 43. Các khẳng định sau, khẳng định nào đúng khẳng định nào sai ?

n. Hàm số $y = \frac{5}{2} \sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] + 2$ có giá trị lớn nhất là $\frac{9}{2}$ khi $x = \frac{1}{2} + k$

p. Hàm số $y = \frac{5}{2} \sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] + 2$ có giá trị nhỏ nhất $\frac{1}{2}$ khi $x = k$.

q. Hàm số $y = \frac{5}{2} \sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] + 2$ có giá trị là 2 khi $x = \frac{1}{4} + \frac{k}{2}$. (với $k \in \mathbb{Z}$).

Bài 44. Giải các phương trình sau

a. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b. $\cos(2x+1) = \cos(2x-1)$

c. $\cos \frac{\pi}{50} x = -\frac{2}{3}$

d. $\cos x = \frac{1}{2}$ với $x \in (0; 4\pi)$.

HS trung bình b, c. HS khá giỏi c, d. HS trung bình a, b.

Bài 45. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau:

a. Phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm hay có nghiệm khi $|m| > 1$? (*HS yếu kém*)

b. Nếu α là một nghiệm của phương trình $\cos x = m$ ($|m| \leq 1$) thì $-\alpha$ có là nghiệm của phương trình đó hay không? (*HS trung bình*)

c. Mỗi $m \in [-1; 1]$ thì phương trình $\cos x = m$ luôn có nghiệm đúng hay sai? (*HS khá giỏi*).

Bài 46.

Số nghiệm của phương trình $\cos(2x+1) = \cos(2x-1)$ là số giao điểm của hai đồ thị $y = \cos(2x+1)$ và $y = \cos(2x-1)$.

Bài 47. Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ rồi chỉ ra trên đồ thị đó các điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-\pi; 4\pi)$ là nghiệm của phương trình sau:

a. $\cos x = \frac{1}{2}$

b. $\cos x = -1$

Bài 48. Tìm nghiệm của các phương trình sau trong khoảng đã cho:

a. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ với $0 < x < \pi$

b. $\cos(x-5) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-\pi < x < \pi$

Bài 49. Bài toán trong thực tế (tr 19 SGK Đại số và Giải tích 11 nâng cao) dẫn đến

việc giải phương trình $550 + 450 \cos \frac{\pi}{50} t = 250$ hay $\cos \frac{\pi}{50} t = -\frac{2}{3}$. Nếu đặt

$x = \frac{\pi}{50} t$ thì phương trình trên có dạng $\cos x = -\frac{2}{3}$

Bài 50. Biểu diễn nghiệm của mỗi phương trình sau trên đường tròn lượng giác

a. $\cos 2x = \cos x$

b. $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$

Bài 51. Tính giá trị gần đúng (chính xác tới hàng phần trăm) nghiệm của mỗi phương trình sau trong khoảng đã cho:

a. $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = \frac{2}{5}$ trong khoảng $(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6})$.

b. $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ trong khoảng $(2\pi; 4\pi)$.

Bài 52. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$d(t) = 3\sin[\frac{\pi}{182}(t-80)] + 12$ với $t \in \blacksquare$ và $0 < t < 365$.

a. Thành phố A có đúng 12 giờ có ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm?

b. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

c. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Bài 53. Giải các phương trình sau

a. $\sin(3x - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\sin(3x - 2) = -1$

c. $\sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{5}) = 1$

d. $\cos(3x - 15^\circ) = \cos 150^\circ$

Bài 54. (dành cho học sinh khá giỏi)

- Tìm tập giá trị của hàm số $y = 2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{\pi}{4})]$
- Tìm số nghiệm $x \in [0;3]$ của phương trình $\sin[2\pi(x - \frac{\pi}{4})] = -1$
- Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin[2\pi(x - \frac{\pi}{4})] = 0$
- Chứng tỏ phương trình $\cos \frac{x}{4} = -1$ có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn $[-4\pi; 4\pi]$.

Bài 55. Giải các phương trình sau:

- $2\cos x - \sqrt{3} = 0$
- $\sin 3x + \frac{1}{2} = 0$
- $(\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0$

HS trung bình và yếu kém làm ý a,b; khá giỏi làm ý c,.

Bài 56. Tính các góc của , biết $AB = \sqrt{2}$ cm, $AC = \sqrt{3}$ cm và đường cao $AH = 1$ cm.

Bài 57. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \tan x$ và đường thẳng $y = m$ là vô số.
- Có duy nhất một giao điểm giữa đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = \tan x$ trên một chu kì với.

Bài 58. Chọn phương án đúng- sai trong các phương án sau:

Cho phương trình $\tan x = m$

- Có TXĐ là .
- Có nghiệm khi $|m| \leq 1$.
- TGT là .
- TXĐ là $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$.

Dành cho HS yếu kém, trung bình.

Bài 59. Các khẳng định sau có đúng không?

- Nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \text{img alt="black box" data-bbox="740 805 770 825}.$
- Nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \text{img alt="black box" data-bbox="730 850 760 870}.$

- c. Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan 2x$ là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- d. $x = -60^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình $\tan x = -\sqrt{3}$.
- e. Phương trình $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ có nghiệm $x = \arctan(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

HS khá giỏi d, e. HS trung bình c, d. HS yếu kém a, b.

Bài 60. Giải các phương trình sau:

a. $\tan x = -1$ b. $\tan 2x = \tan x$ c. $\tan 2x = \frac{2}{3}$.

Bài 61. Giải các phương trình sau:

a. $\tan 3x = \tan \frac{3\pi}{5}$ b. $\tan(x - 15^\circ) = 5$ c. $\tan(2x - 1) = \sqrt{3}$

d. $\tan(2x + 3) = \tan \frac{\pi}{3}$ e. $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$

- HS yếu kém, trung bình ý a, c; khá giỏi ý b.

Bài 62. Trong các mệnh đề sau, Mệnh đề nào đúng? Mệnh đề nào sai?

- a. Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.
- b. Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ là vô nghiệm.
- c. Phương trình $\tan(x - 30^\circ) = 0$ có nghiệm $x = 30^\circ + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- d. Phương trình $\tan x - \tan 2x = 0$ có tổng các nghiệm $x \in (0; 2\pi)$ là 4π .

Bài 63. Tính giá trị gần đúng (chính xác tới hàng phần trăm) nghiệm của phương

trình $\tan \frac{3x - \pi}{5} = -3$ với $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{6}$

Bài 64. Vẽ đồ thị hàm số $y = \tan x$ rồi chỉ ra trên đồ thị đó các điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ là nghiệm của phương trình sau:

a. $\tan x = -1$ b. $\tan x = 0$

Bài 65.

- a. Biểu diễn nghiệm của mỗi phương trình sau trên đường tròn lượng giác $\tan 2x + \tan x = 0$ (HS trung bình, yếu)

- b. Xác định số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cot x$ và đường thẳng $y = m$ (m là hằng số) (Đối với học sinh trung bình yếu chỉ xét trên một chu kì).

Bài 66. Giải các phương trình sau và xác định điểm cuối trên đường tròn lượng giác

a. $\cot 3x = 1$ b. $\cot x = \frac{1}{3}$ c. $\cot \frac{2x+1}{6} = \tan \frac{1}{3}$

Gợi ý HS trung bình, yếu kém trước hết đi tìm nghiệm.

Bài 67. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng? khẳng định nào là sai?

- a. $x = 30^0 + k2\pi, k \in \blacksquare$ là nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$.
- b. Phương trình $3 \tan x = \sqrt{3}$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k180^0, k \in \blacksquare$.
- c. Phương trình $\cos x = \frac{1}{3}$ có nghiệm là $x = \pm \arccos \frac{1}{3} + k360^0, k \in \blacksquare$.
- d. Phương trình $\cot x = -1$ có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \blacksquare$.

Bài 68. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = \cot x$ có TXĐ là $D = \blacksquare$.
- b) Hàm số $y = \cot x$ có TXĐ là $[-1; 1]$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \cot x$ luôn đi qua điểm $(\frac{\pi}{2} + k\pi; 0)$ với $k \in \blacksquare$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \cot x$ luôn đi qua điểm $(k\pi; 0)$ với $k \in \blacksquare$.
- e) Phương trình $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là $x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \blacksquare$.
- f) Phương trình $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có đúng 2 nghiệm thuộc $(-\pi; \pi)$.
- g) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \blacksquare$.
- h) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ có nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \blacksquare$.
- i) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ vô nghiệm.

k) $x = -40^0 - k \frac{2\pi}{3}$ (với $k \in \blacksquare$) là nghiệm của phương trình $\sin(3x - 15^0) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

l) $x = -10^0 + k.120^0$ (với $k \in \blacksquare$) là nghiệm của phương trình $\sin(3x - 15^0) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bài 69. Giải các phương trình sau

a. $\cot 2x = \cot(-\frac{1}{3})$

b. $\cot(\frac{x}{4} + 20^0) = -\sqrt{3}$

c. $\cot 3x = \tan \frac{2\pi}{5}$

d. $\cot(45^0 - x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bài 70. Tìm nghiệm của các phương trình sau trong khoảng đã cho

a. $\tan(2x - 15^0) = 1$ với $-180^0 < x < 90^0$

b. $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ với $-\frac{\pi}{2} < x < 0$

Bài 71. Vẽ đồ thị hàm số $y = \cot x$ rồi chỉ ra trên đồ thị đó các điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ là nghiệm của phương trình sau

a. $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b. $\cot x = 1$

Bài 72. Chọn phương án đúng sai, trong các phương án sau

a. Phương trình $2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = m$ luôn có nghiệm ẩn x với mọi $m \in [-1; 1]$.

b. Phương trình $\cot 2x = \cot x$ có nghiệm $x = k\pi$ ($k \in \blacksquare$).

c. Phương trình $2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = m$ luôn có nghiệm với mọi $m \in [-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}]$.

d. Phương trình $\sin 2x = \cos 3x$ có nghiệm là $\begin{cases} x = -90^0 + k.360^0 \\ x = 18^0 + k.72^0 \end{cases}$ với $k \in \blacksquare$.

e. Phương trình $\sin 2x = \cos 3x$ có tổng các nghiệm thuộc $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ là $-\frac{\pi}{5}$.

f. Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có TXĐ là $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$.

g. Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có TXĐ là $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{k\pi}{2} \right]$.

h. Phương trình $\tan(x + \frac{\pi}{4}) = \tan 2x$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

i. Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ là vô nghiệm.

k. Phương trình $\tan 3x = \cot x$ có đúng 8 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

m. Phương trình $\tan 3x = \cot x$ có đúng 7 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

2.4.3. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học một số dạng phương trình lượng giác đơn giản

➤ Phân tích nội dung dạy học:

♦ Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

+ Dạng phương trình $at = b$ với t là một hàm số lượng giác $a \neq 0$ và $a, b \in \mathbb{R}$.

+ Cách giải là ta đi tìm t sau đó đi giải phương trình lượng giác cơ bản.

♦ Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

+ Dạng phương trình $at^2 + bt + c = 0$ với t là một hàm số lượng giác $a \neq 0$ và $a, b \in \mathbb{R}$ (Đặt điều kiện cho t).

+ Cách giải là ta đi tìm t sau đó đi giải phương trình lượng giác cơ bản.

♦ Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$

+ Dạng phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 \neq 0$

+ Cách giải là đưa về phương trình lượng giác cơ bản $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ với

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

♦ Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$

+ Dạng phương trình $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ (*)

Trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

+ Phương pháp giải là đưa về phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ hoặc đưa về phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác ($\tan x$ hoặc $\cot x$).

♦ Một số ví dụ khác

+ Đó là những phương trình lượng giác mà khi giải cần phải thực hiện các phép biến đổi lượng giác thích hợp để đưa về phương trình lượng giác quen thuộc.

➤ Mục tiêu:

✍ Kiến thức và kỹ năng cơ bản:

+ Dạng phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác, phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$, phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$, phương trình đối xứng với $\sin x$ và $\cos x$, một số phương trình có thể dễ dàng quy về dạng trên (có thể thêm một vài điều kiện đơn giản).

Giải được các dạng phương trình nói trên. Biến đổi được một số dạng phương trình đơn giản về đã học.

✍ Kiến thức và kỹ năng nâng cao:

+ Sử dụng công thức biến đổi lượng giác, thể hiện được một số dạng phương trình biến đổi về phương trình nói trên.

Sử dụng công thức biến đổi lượng giác, thể hiện được một số dạng phương trình biến đổi về phương trình lượng giác cơ bản.

☞ Tư duy: Khả năng tư duy đặc biệt hóa, khái quát hóa. Phát huy được tư duy một cách logic, có hệ thống. Phát triển tư duy sáng tạo, tương tự, phân tích, tổng hợp.

☞ Thái độ: Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, có thái độ nghiêm túc và tinh thần hợp tác trong các hoạt động học tập. Có ý thức xây dựng bài học.

➤ Nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập:

- + Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác
- + Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác
- + Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$
- + Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$
- + Phương trình đối xứng đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Phương trình đã cho ở dạng tích.
- + Phương trình đã cho ở dạng tổng các bình phương bằng không, ...

➤ Diễn đạt các nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập

- + Dạng dạng tổng quát và cách giải của phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- + Dạng dạng tổng quát và cách giải của phương trình: bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$, thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$, đối xứng đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Biến đổi (đơn giản) phương trình về dạng tích, tổng các bình phương của các biểu thức (lượng giác) bằng không, ...

➤ Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa

Bài 74. Giải các phương trình sau

- | | |
|--------------------------------|--|
| a. $\sqrt{3} \tan 2x + 3 = 0$ | b. $\cos(x + 30^\circ) + 2\cos^2 15^\circ = 1$ |
| c. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ | d. $\sqrt{3} \tan 3x - 3 = 0$ |
| e. $\sin 3x + \frac{1}{2} = 0$ | f. $(\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0$ |

Bài 75. Phương trình $a \cdot \cos x + b = 0$ luôn có nghiệm khi

- | | |
|--|--|
| a) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ | b) $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \geq b$ |
| c) $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \leq b$ | d) $a, b \in \mathbb{R}$ và $ a \geq b $ |

Bài 76. Phương trình $a \cdot \cot x + b = 0$

- | | |
|--|--|
| a) luôn có nghiệm với mọi a, b | b) Vô nghiệm khi $a = 0$ và $b \neq 0$ |
| c) Có nghiệm khi $a \neq 0$ và mọi b | d) Có nghiệm khi $a = b = 0$ hoặc c) |

Bài 77. Giải các phương trình sau trên khoảng đã cho, sau đó sử dụng máy tính bỏ túi (bảng tính) để tính gần đúng nghiệm (chính xác đến hàng phần trăm):

- | | |
|---|--|
| a. $4\cos 2x + 3 = 0$ trên $(0; \frac{\pi}{2})$. | b. $5 - 3\tan 3x = 0$ trên $(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6})$. |
|---|--|

Bài 78. Giải các phương trình sau

- | | |
|---|----------------------------------|
| a. $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ | b. $\tan 3x - \cot 3x = 0$ |
| c. $\cos 2x + \sin^2 x + \cos x + 1 = 0$ | d. $2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ |
| e. $\sqrt{3} \tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + 1 = 0$ | f. $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ |
| g. $2\cos^2 x - \sin^2 x - 4\cos x + 2 = 0$ | h. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ |
| i. $9\sin^2 x - 5\cos^2 x - 5\sin x + 4 = 0$ | k. $6\sin^2 3x + \cos 12x = 14$ |

m. $3\cos 2x + 2(1 + \sqrt{2} + \sin x)\sin x - 3 - \sqrt{2} = 0$

HS yếu kém làm ý a, b, c; HS bình làm ý b, d, f; HS khá giỏi làm ý e, g, h, i, k, m.

Bài 79. Phương trình $4\cos^2 x - 2(1 + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} = 0$ có đúng

- a) 4 họ nghiệm b) 1 họ nghiệm c) 2 họ nghiệm d) 3 họ nghiệm

Bài 80. Phương trình $5\tan x - 3\cot x - 2 = 0$ có đúng

- a) 1 họ nghiệm b) 2 họ nghiệm c) 3 họ nghiệm d) 4 họ nghiệm

Bài 81. Cho phương trình $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m + 1 = 0$ (1)

a. Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

b. Tìm m để (1) có nghiệm $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$.

c. Xác định m để (1) có nghiệm $x = k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

HS yếu kém làm ý a; trung bình c; khá giỏi b, c.

Bài 82. Giải các phương trình sau trên khoảng đã cho, sau đó sử dụng máy tính bỏ túi (bảng tính) để tính gần đúng nghiệm (chính xác đến hàng phần trăm):

a. $\tan x + 2\cot x = 3$ với $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

b. $2\sin^2 x - 3\cos x = 2$ với $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

c. $3\cos 2x + 10\sin x + 1 = 0$ trên $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

d. $\cot^2 x - 3\cot x - 10 = 0$ trên $(0; \pi)$.

Bài 83. Chứng minh: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Từ đó Tìm x thỏa mãn $\sin x + \cos x = 1$?

Bài 84. Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$ b. $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = -3$ c. $3\cos x + 4\sin x = -5$

HS trung bình c. HS khá giỏi b. HS yếu kém a.

Bài 85. Các khẳng định sau đúng hay sai? Tại sao?

a. Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm khi và chỉ khi $c^2 \leq a^2 + b^2$

b. Phương trình $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = 4$ là vô nghiệm.

Bài 86. Hãy chọn phương án đúng trong các phương án sau

1. Phương trình $\sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm là:

a. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ b. $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

2. Hàm số $y = a \sin x + b \cos x$ với $a^2 + b^2 > 0$ có

a. Giá trị lớn nhất là: $\sqrt{a^2 + b^2}$ b. Giá trị nhỏ nhất là: $-\sqrt{a^2 + b^2}$.

3. Phương trình $2 \sin 3x + \sqrt{5} \cos 3x = m$ có nghiệm khi $m \in [-3; 3]$.

4. Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ với $a^2 + b^2 > 0$ có nghiệm ẩn x khi và chỉ khi:

a. $c^2 > a^2 + b^2$ b. $c^2 \leq a^2 + b^2$ c. $c^2 \geq a^2 + b^2$ d. $c^2 < a^2 + b^2$.

5. Phương trình $2 \sin x - \cos x = 3$ có:

a. 1 họ nghiệm b. 2 họ nghiệm c. 4 họ nghiệm d. Vô nghiệm.

Bài 87. Chứng tỏ rằng

a. Hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 3}$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và tập giá trị $[-1; \frac{1}{7}]$.

b. Hàm số $y = a \sin x + b \cos x + c$ (với $a^2 + b^2 > 0$) có giá trị lớn nhất là $\sqrt{a^2 + b^2} + c$ và giá trị nhỏ nhất là $-\sqrt{a^2 + b^2} + c$.

Bài 88. Giải các phương trình sau:

a. $3 \cos x + 4 \sin x = -5$

b. $2 \sin 2x - 2 \cos 2x = \sqrt{2}$

c. $5 \sin 2x - 6 \cos^2 x = 13$

d. $\sin x - 2 \cos x = 3$

e. $\sin x + \sin^2 \frac{x}{2} = 0,5$

f. $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$

g. $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 3x$

h. $2 \sin 2x + 3 \cos 2x = \sqrt{13} \sin 14x$

i. $3 \sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$

k. $\sin 2x + \sin^2 x = \frac{1}{2}$

HS yếu kém làm ý a, b, d. HS trung bình làm ý c, d, e. HS khá giỏi làm ý d, f, g, i, k.

Bài 89. Cho hàm số $y = (2 - \sqrt{3}) \sin 2x + \cos 2x$

a. Tìm tập giá trị của hàm số, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b. Giải phương trình $(2 - \sqrt{3})\sin 2x + \cos 2x = 2$

Bài 90. Đưa các biểu thức sau về dạng $C \sin(x + \alpha)$:

a. $\sin x + \tan \frac{\pi}{7} \cos x$

b. $\tan \frac{\pi}{7} \sin x + \cos x$

Bài 91. Hạ bậc của biểu thức $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$.

Từ đó tìm x để $f(x) = 0$.

Bài 92. Giải các phương trình sau

a. $-\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

b. $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x = 1$

c. $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$

d. $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0$

Bài 93. Giải các phương trình sau (bằng 2 cách)

a. $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$

b. $2\sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 4$

c. $3\cos^2 x - \sin^2 x = 0$

d. $\sin^2 \frac{x}{2} + \sin x - 2\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

e. $4\sin x \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 4\sin(x + \pi) \cos x + 2\sin(\frac{3\pi}{2} - x) \cos(x + \pi) = 1$

f. $\cos^2 x + 5\sin x \cos x - \sin^2 x = 2$

Bài 94. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của mỗi biểu thức sau:

a. $\sin^2 x + \sin x \cos x + 3\cos^2 x$

b. $A\sin^2 x + B\sin x \cos x + C\cos^2 x$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$ và $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

HS yếu kém, trung bình làm ý b; HS khá giỏi làm ý c.

Bài 95. Cho hàm số $y = (\sin x - \cos x)^2 + \cos 2x + 3\sin x \cos x$

a. Tìm tập giá trị của hàm số. Từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b. Giải phương trình $(\sin x - \cos x)^2 + \cos 2x + 3\sin x \cos x = 1$

Bài 96. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$

Bài 97. Giải các phương trình sau

a. Giải phương trình $\sin x + \tan \frac{\pi}{7} \cos x = 1$

b. Giải phương trình $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$
(bằng cách đưa về dạng $C \sin(x + \alpha)$).

c. Giải phương trình $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$
(bằng cách bình phương hai vế).

d. Giải phương trình $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$ (bằng cách đưa về ẩn $t = \tan \frac{x}{2}$).

Bài 98. Giải phương trình (có sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng)

a. $\cos 6x \cos x = \cos 3x \cos 4x$ b. $\sin 2x \sin 5x = \sin 3x \sin 4x$

c. $\cos 5x \sin 4x = \sin 5x \cos 4x$ d. $\cos 2x \sin 5x = \cos 5x \cos 8x$

e. $\sin 5x \cos 3x = \sin 9x \cos 7x$ e. $\sin 7x \sin x = \sin 3x \sin 5x$

g. $\cos 6x \cos 2x + \frac{1}{2} = 0$

Bài 99. Giải các phương trình sau (Sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích hoặc tích thành tổng):

a. $\cos x \cos 5x = \cos 2x \cos 4x$

b. $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$

c. $\sin 4x \cos 5x = \cos 3x \sin 2x$

d. $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$

e. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$

HS trung bình và yếu kém làm ý a, b, c. HS khá giỏi làm ý d, e.

Bài 101. Dùng công thức biến đổi tích thành tổng để giải các phương trình sau:

a. $\cos x \cos 3x - \sin 2x \sin 6x - \sin 4x \sin 6x = 0$.

b. $\sin 4x \sin 5x + \sin 4x \sin 3x - \sin 3x \sin x = 0$.

Bài 102. Dùng công thức biến đổi tổng thành tích, giải các phương trình sau:

a. $\cos 3x = \sin 2x$

b. $\sin(x - 120^0) - \cos 2x = 0$

c. $\sin 3x - \cos 2x = 0$

d. $\sin(x + \frac{2\pi}{3}) = \cos 3x$

e. $\cos(3x + \frac{3\pi}{4}) + \sin(3x - \frac{5\pi}{6}) = 0$

f. $\cos \frac{x}{2} = -\cos(2x - 30^0)$

HS yếu kém và trung bình làm ý a,c; khá giỏi làm ý b,d,e,f.

Bài 103. Giải phương trình (có sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích)

- a. $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$ b. $\tan x + \tan 2x = \frac{\sin 3x}{\cos x}$
 c. $\tan x + \tan 2x = \sin 3x \cos x$ d. $\cos x - \cos 5x = \sin 3x$
 e. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ f. $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$
 g. $\sin x + \cos 2x - \sin 3x = 0$ h. $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -1$
 i. $\sin x + \sin 3x = \sin 4x$

Bài 104. Dùng công thức biến đổi tổng thành tích để giải các phương trình sau:

- a. $\cos 22x + 3\cos 18x + 3\cos 14x + \cos 10x = 0$.
 b. $\tan x + \tan 3x = \sin 2x$

Bài 105. Giải phương trình (có sử dụng công thức hạ bậc, phương trình tích)

- a. $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$ b. $\sin^2 4x + \sin^2 3x = \sin^2 2x + \sin^2 x$
 c. $3\sin^4 x + 5\cos^4 x - 3 = 0$ d. $6(\sin x - \cos x) - \sin x \cos x = 6$

Bài 106. Chứng tỏ rằng: $2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - \sin^2 2x$.

Từ đó giải phương trình: $1 + \sin 2x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x)$

Bài 107. Dùng công thức hạ bậc để giải các phương trình sau

- a. $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$ b. $\sin^2 4x + \sin^2 3x = \sin^2 2x + \sin^2 x$
 c. $3\cos^2 x - 3\sin^2 x + \cos^2 x = 0$ d. $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

HS khá giỏi làm ý b,d; HS trung bình và yếu kém làm ý a,b,c.

Bài 108. . Giải các phương trình sau

- a. $\sin^2 3x + \sin^2 4x = \sin^2 5x + \sin^2 6x$.
 b. $2\cos^2 2x = 2\cos 4x - 1$.

Bài 109. Giải các phương trình sau

- a. $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$ b. $3\sin^4 x + 5\cos^4 x = 3$

Bài 110. Giải các phương trình sau:

- a. $8\cos^4 x = 1 + \cos 4x$ b. $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$

$$c. \sin^2 x + \sin x \cos 4x + \cos^2 4x = \frac{3}{4} \quad d. \sin^3 x \cos x - \cos^3 x \sin x = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

Bài 111. Hãy cho biết mối quan hệ giữa $\sin x + \cos x$ và $\sin x \cdot \cos x$?

Từ đó giải các phương trình sau

$$a. 5\sin 2x + \sin x + \cos x = -1 \quad b. 2(\cos x - \sin x) + 3\sin x \cos x - 2 = 0$$

$$c. 5\sin 2x + \sin x + \cos x = -6$$

Bài 112. Giải các phương trình sau

$$a. \cos x + \sin x + 2\sin x \cos x = 0$$

$$b. 5\sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$$

$$c. \cos x - \sin x + 2\sin x \cos x - 1 = 0$$

$$d. \sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$$

- HS yếu kém làm ý a,b; HS trung bình làm ý b,c; HS khá giỏi làm ý c,d.

Bài 113. Giải các phương trình sau

$$a. (2 + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) - 2\sin x \cos x = 2\sqrt{2} + 1$$

$$b. \frac{\sin^2 x}{4} + \sin x \cos 4x + \cos^2 4x = 0$$

$$c. \cos x + \sin x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{10}{3}$$

Bài 114. Cho hàm số $y = (\sin x - 2\cos x)(2\sin x + \cos x) - 1$

a. Tìm tập giá trị của hàm số, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

b. Giải phương trình $(\sin x - 2\cos x)(2\sin x + \cos x) - 1 = 0$

Bài 115. Tìm các nghiệm trên khoảng $(\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4})$, sau đó tính giá trị gần đúng (chính xác đến hàng phần nghìn) của phương trình

$$\cos x + \sin x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{10}{3}$$

Bài 116. Giải các phương trình sau:

$$a. \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$$

$$b. \tan(2x + \frac{\pi}{3}) \cdot \tan(\pi - \frac{x}{2}) = 1$$

$$c. (2\sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$$

Bài 117. Giải các phương trình sau:

a. $(\tan x + \cot x)^2 - (\tan x + \cot x) = 2.$

b. $3\sin^2 \frac{x}{2} \cos(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{2}) + 3\sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}) \cos \frac{x}{2}.$

c. $2\sin^3 x + 4\cos^3 x = \sin x$

Bài 118. Số đo độ của một trong các góc của tam giác vuông ABC là nghiệm của phương trình

$$\sin^3 x + \sin x \sin 2x - 3\cos^3 x = 0.$$

Chứng minh rằng ABC là tam giác vuông cân.

Bài 119. Giải các phương trình sau:

a. $\sin x + \cos x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$

b. $\tan x = 1 - \cos 2x$

c. $2\cot x + \sin 2x = 3$

d. $1 + \sin x \cos 2x = \sin x + \cos 2x$

e. $\sin 2x + 2\cos 2x = 1 + \sin x - \cos 4x$ f. $\tan(2x - 15^\circ) \cot(x + 15^\circ) = \frac{1}{3}$

g. $\sin^2 x \cdot \tan x + \cos^2 x \cdot \cot x - \sin 2x = 1 + \tan x + \cot x$

Bài 120. Biết số đo radian một góc trong tam giác ABC là nghiệm của phương trình

$$\tan x - \tan \frac{x}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = 0.$$

Chứng minh tam giác ABC có một góc là $\frac{\pi}{3}$

Bài tập thêm dành cho học sinh khá giỏi

Bài 121.

a. Chứng minh rằng $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}.$

b. Chứng minh rằng $\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$ và $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a.$

c. Chứng minh rằng $\sin \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

Bài 122. Giải phương trình $\frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$.

Bài 123. Cho phương trình $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{2 \cos x - \sin x} = \cos 2x$

a. Chứng minh rằng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (với $k \in \mathbb{Z}$) nghiệm đúng phương trình.

b. Giải phương trình bằng cách đặt $t = \tan x$ (với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$).

c. Giải phương trình bằng biến đổi về dạng tích.

Bài 124.

a. Giải phương trình $(2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x$

b. Tìm m để phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x + m \sin^2 x$.

Bài 125. Tìm các nghiệm của mỗi phương trình sau trong khoảng $(0; 2\pi)$

a. $\frac{|\sin x|}{\sin x} = \cos x - \frac{1}{2}$

b. $\frac{\sin 3x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \cos 2x + \sin 2x$

c. $\frac{\sqrt{1 + \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}}{\cos x} = 4 \sin x$

Bài 126. Giải các phương trình sau:

a. $2 \sin x + \cot x = 2 \sin 2x + 1$

b. $1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x}$

c. $\tan^2 x (1 - \sin^3 x) + \cos^3 x - 1 = 0$

d. $6 \sin x - 2 \cos^3 x = \frac{5 \sin 4x \cos x}{2 \cos 2x}$

Bài 127. Giải các phương trình sau:

a. $\tan^2 x + \cos 4x = 0$

b. $\sqrt{2} \sin^3(x + \frac{\pi}{4}) = 2 \sin x$

c. $\sin^4(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4} + \cos^2 x - \cos^4 x$

d. $9 \sin x + 6 \cos x - 3 \sin 2x + \cos 2x = 8$

e. $(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x - 4) + 4\cos^2 x = 3$

f. $\sin(2x + \frac{\pi}{2})\cot 3x + \sin(2x + \pi) - \sqrt{2}\cos 5x = 0$

Bài 128. Cho phương trình $m\sin x + (m+1)\cos x = \frac{m}{\cos x}$

a. Giải phương trình khi $m = \frac{1}{2}$

b. Tìm các giá trị m để phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 129. Tìm các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình

$$\sin(2x + \frac{9\pi}{2}) - 3\cos(x - \frac{15\pi}{2}) = 1 + 2\sin x$$

Tính giá trị gần đúng, chính xác đến hàng phần của các nghiệm đó.

Bài 130. Cho phương trình $12\cos x + 5\sin x + \frac{m}{12\cos x + 5\sin x + 14} + 8 = 0$

a. Giải phương trình khi $m = 5$.

b. Tìm m để phương trình vô nghiệm.

Bài 131. Tìm α để:

a. Phương trình

$$(\cos \alpha + 3\sin \alpha - \sqrt{3})x^2 + (\sqrt{3}\cos \alpha - 3\sin \alpha - 2)x + \sin \alpha - \cos \alpha + \sqrt{3} = 0 \quad \text{có}$$

nghiệm $x = 1$.

b. Phương trình

$$(2\sin \alpha - \cos^2 \alpha + 1)x^2 - (\sqrt{3}\sin \alpha)x + 2\cos^2 \alpha - (3 - \sqrt{3})\sin \alpha = 0$$

có nghiệm $x = \sqrt{3}$.

Bài 132. Tìm tổng các nghiệm $x \in [0; 2\pi]$ thỏa mãn phương trình sau với $\forall m \in \blacksquare$

$$m^2 \sin x - m \sin^2 x - m^2 \cos x + m \cos^2 x = \cos x - \sin x$$

2.5. Sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa dạy học trên lớp

Dạy học cho nhiều đối tượng khác nhau theo định hướng phân hóa thể hiện rõ nhất ở quy trình lên lớp. Quy trình lên lớp là quá trình hiện thực hóa kịch bản mà người

giáo viên đã hình dung ra trong giáo án. Giáo án, hệ thống câu hỏi và bài tập dù được biên soạn nhưng không thực hiện được trong tiết lên lớp, không thể hiện được ý đồ sư phạm của người soạn thì cũng chẳng có tác dụng gì. Chính vì vậy, quá trình dạy học trên lớp có một vai trò vô cùng quan trọng và được thể hiện rõ nhất tài năng sư phạm, nghệ thuật dạy học của mỗi giáo viên.

Trong quá trình dạy học phân hóa, có hai câu hỏi đặt ra và phải được giải quyết thỏa đáng. Đó là:

+ Thầy giáo điều hành, quản lý lớp học như thế nào khi các học sinh trong lớp làm việc với tốc độ, mức độ và hứng thú khác nhau?

+ Làm thế nào thầy giáo có thể đảm bảo rằng mọi học sinh trong lớp đều tham gia vào các hoạt động học tập một cách tích cực và tự giác?

Để giải quyết được hai vấn đề nêu trên, giáo viên cần chú ý:

- Hiểu rõ đối tượng học sinh của mình như: Những khác biệt về năng lực, kiến thức, kỹ năng.

- Xác định rõ các nội dung cơ bản của bài học.

- Chuẩn bị hoạt động sư phạm tương ứng (vai trò hết sức quan trọng) như: Việc lựa chọn các phương pháp dạy học, phương tiện dạy học, hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa,...

Với sự chuẩn bị như trên: Giáo viên giao nhiệm vụ, tổ chức, điều khiển hoạt động học tập của học sinh (học sinh tự giác chiếm lĩnh tri thức). Giờ học được diễn biến theo tiến trình:

Hoạt động 1: Giáo viên giao nhiệm vụ cho học sinh bằng cách giao cho mỗi đối tượng một câu hỏi hoặc bài tập đảm bảo trình độ xuất phát, để tạo hứng thú hoạt động học tập của học sinh(hạn chế thời gian).

Hoạt động 2: Giáo viên theo dõi hoạt động học tập của học sinh, có thể giải đáp những thắc mắc hoặc như đưa ra những hướng dẫn hay gợi ý cho mỗi đối tượng (nếu cần thiết). Học sinh độc lập hoạt động học một cách tích cực, tự giác hoặc hợp tác với nhau trong nhóm để giải quyết nhiệm vụ của nhóm.

Hoạt động 3: Kiểm tra, đánh giá kết quả công việc sau khoảng thời gian cho phép. Cổ vũ, khuyến khích những học sinh làm đúng, nhanh (cho điểm tốt, mời

chữa bài tập cho cả lớp). Còn với những học sinh chưa hoàn thành nhiệm vụ thì cần học tập lời giải của bạn và tự điều chỉnh. Giáo viên cần chú ý giúp học sinh lấp được chỗ hổng trong kiến thức của họ.

Hoạt động 4: Giáo viên kết luận, chuẩn hoá kiến thức. Thông qua hoạt động này giúp học sinh nắm được tri thức và tri thức phương pháp.

Các hoạt động được diễn ra và lặp lại cho đến khi hoạt động nhận thức đã được thực hiện.

Như vậy, việc sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa trên lớp học có thể tóm tắt như sau:

Các bước thực hiện	Giáo viên	Học sinh
Bước 1	Nêu câu hỏi hoặc giao bài tập phù hợp với đối tượng học sinh	Tìm hiểu đề bài
Bước 2	Hướng dẫn, gợi ý và giải đáp thắc mắc	Tự nghiên cứu tìm lời giải
Bước 3	Kiểm tra, đánh giá kết quả làm việc của học sinh	Tự kiểm tra, tự điều chỉnh
Bước 4	Kết luận, chuẩn hoá kiến thức	Ghi nhận kiến thức và tri thức phương pháp

Giáo viên phải căn cứ vào diễn biến thực tế của tiết học mà có những xử lý linh hoạt về các mặt sau đây:

- + Điều chỉnh “bước đi” cho phù hợp.
- + Sử dụng các phương tiện dạy học khác nhau (kết hợp những hình ảnh từ phim đèn chiếu, băng video, camera,... với âm thanh, văn bản, biểu đồ,...) tác động đến quá trình nhận thức khác nhau ở học sinh.

Chẳng hạn, khi dạy nội dung hàm số lượng giác và phương trình lượng giác: Đối với học sinh khá giỏi, giáo viên có thể nêu câu hỏi hoặc giao bài tập mà không nhất thiết cần phải minh hoạ bằng hình vẽ. Nhưng đối với học sinh yếu kém thì việc làm này lại có lúc là cần thiết hay giáo viên có thể giao các đề bài tập kèm theo hình vẽ để minh hoạ (những câu hỏi và bài tập mang tính dẫn dắt).

- + Giao các nhiệm vụ học tập ở các mức độ khó khăn, phức tạp khác nhau.

- + Thay đổi số lượng các bước trong khi thực hành.
- + Tạo nhiều cơ hội để học sinh được luyện tập, thực hành, được "thể hiện" mình ở nhiều khía cạnh, nhiều góc độ khác nhau.

Ví dụ:

Khuyến khích, động viên những học sinh yếu kém: Khi các em tỏ ý muốn trả lời câu hỏi, tham gia phát biểu ý kiến xây dựng bài.

Tạo điều kiện để cho học sinh giỏi có thể phát huy năng lực của mình thông qua việc giao bài tập nâng cao.

Tạo sự giao lưu giữa học sinh với học sinh, học sinh với giáo viên. Lấy điểm mạnh của học sinh này để điều chỉnh nhận thức học sinh khác.

Tổ chức các hoạt động có nhiều cấp độ, tổ chức giao lưu thầy với trò, trò với trò thân thiện và vui vẻ.

Chẳng hạn, khi chia nhóm để hoạt động tùy theo mục đích của từng bài, từng phần, giáo viên có thể chia theo các cách: Chia lớp thành các nhóm hỗn hợp (gồm cả học sinh khá giỏi, trung bình, yếu kém và cả nam và nữ) hoặc chia theo năng lực nhận thức (nhóm học sinh: khá giỏi, trung bình, yếu kém)... Điều đó nhằm tạo ra một môi trường học tập có sự giao lưu, hợp tác giữa các thành viên của lớp học.

Không nên quá phụ thuộc vào giáo án đã chuẩn bị sẵn, nhưng cũng không nên ngẫu hứng một cách tùy tiện. Chuẩn bị những phương án để khắc phục với những diễn biến của lớp học mà vẫn đạt được mục tiêu của giờ học, đồng thời đáp ứng được năng lực và nhu cầu học tập của các đối tượng học sinh khác nhau. Đó là cả một nghệ thuật dạy học mà người thầy phải dày công rèn luyện mới có được.

2.6. Tiểu kết chương 2

Trong đề tài đã nêu được một số yêu cầu về dạy học, trên cơ sở những nguyên tắc, quy trình xây dựng câu hỏi và bài tập “hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” ở lớp 11 nâng cao.

Hệ thống được 132 câu hỏi và bài tập theo định hướng phân hóa nội dung hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở lớp 11 trường THPT (Chương trình nâng cao).

CHƯƠNG III. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

3.1. Mục đích thực nghiệm

Thực nghiệm sư phạm nhằm bước đầu đánh giá tính khả thi, hiệu quả của hệ thống các câu hỏi và bài tập phân hóa đã xây dựng được ở chương II. Thông qua hệ thống bài soạn theo định hướng phân hóa khi dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác”.

3.2. Nội dung thực nghiệm

Dạy học các bài nội dung hàm số lượng giác và phương trình lượng giác theo giáo án có sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa trong hệ thống bài soạn

Soạn 17 giáo án với nội dung cụ thể như sau

§ 1. Các hàm số lượng giác	4 tiết.
Luyện tập	1 tiết.
§ 2. Phương trình lượng giác cơ bản	4 tiết.
Luyện tập	1 tiết.
§ 3. Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản	6 tiết
Luyện tập	Tiết 1

Hệ thống bài soạn có sử dụng câu hỏi và bài tập phân hoá khi dạy học nội dung hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác (xem phần phụ lục)

3.3. Mô tả thực nghiệm

3.3.1. Chọn trường, lớp và học sinh thực nghiệm

Đối tượng thực nghiệm là học sinh lớp 11A₁, trường THPT Phương Sơn (Lục Nam-Bắc Giang) là một trường có nhiều thành tích về dạy và học trong những năm gần đây. Lớp gồm 42 học sinh, là lớp chọn số 1 về năng lực nhận thức ban tự nhiên, có kiến thức và kĩ năng tương đối tốt trong học tập môn toán và hạnh kiểm tốt, tác phong nhanh nhẹn (dựa vào đánh giá kết quả của GV môn toán cũng là GV chủ nhiệm, dựa vào kết quả khảo sát và phân bậc học sinh đầu năm). Kết quả phân loại trình độ học sinh trong lần kiểm tra trước thực nghiệm ở bảng 3-1.

Số số	Số bài kiểm tra	Yếu - kém		Trung bình		Khá - Giỏi	
		SL	%	SL	%	SL	%
42	42	4	9,5 %	16	38,1 %	22	52,4

Bảng 3-1

3.3.2. Chọn giáo viên thực nghiệm

Trong quá trình thực nghiệm chúng tôi chọn thầy giáo: Hoàng Văn Năng-là tổ trưởng tổ toán, đã có nhiều kinh nghiệm trong giảng dạy và bồi dưỡng học sinh khá giỏi. Đã trao đổi và thảo luận và thống nhất nội dung, phương pháp giảng dạy.

3.3.3. Cách thức thực nghiệm

Trong khi thực nghiệm, chúng tôi đã thử nghiệm qua từng bài giảng bằng cách: Quan sát sự hứng thú, mức độ và cấp độ của học sinh khi tham gia các hoạt động học tập. Đồng thời trao đổi trực tiếp với giáo viên, lấy ý kiến của học sinh (Bảng 3-3, 3-4) về hiệu quả học tập của học sinh. Đánh giá kết quả đạt được của học sinh theo phiếu học tập (có sự phân hóa) trong và ngay sau giờ học. Từ đó, có những bước điều chỉnh hợp lý về câu hỏi và bài tập phân hóa phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh nhằm nâng cao hiệu quả dạy học.

3.3.4. Phương pháp đánh giá thực nghiệm

Trước khi thực nghiệm chúng tôi kiểm tra 1 bài 15' với hình thức gồm phần tự luận và phần trắc nghiệm khách quan.

Ngay sau khi thực nghiệm kiểm tra 1 bài 45' và tiến hành chấm điểm với thang điểm 10, để đánh giá kết quả khả năng nhận thức của học sinh.

Đề kiểm tra (45 phút)

Phần A. Trắc nghiệm khách quan (4điểm)

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm tuần hoàn và không có chu kỳ:

- A. $y = c$ (c là hằng số) B. $y = \sin x$ C. $y = \cos x$ D. $y = \tan x$

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm không chẵn và không lẻ:

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan x$ D. $y = |\cot x| + \sin x$

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan x$ D. $y = \sin x + \cos x$

Câu 4. Tập giá trị của hàm số $y = 4\sin 2x + 3\cos 2x + 6$ là

- A. $[3;10]$ B. $[6;10]$ C. $[-1;13]$ D. $[1;11]$

Câu 5. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau

A. Hàm số $y = \sin^2 x - 3\sin x + 2$ có giá trị lớn nhất là 0 ☐

B. Hàm số $y = \sin^2 x - 3\sin x + 2$ có giá trị lớn nhất là 6 ☐

C. Hàm số $y = \sin^2 x - 3\sin x + 2$ có giá trị nhỏ nhất là 0 $\square$

D. Hàm số $y = \sin^2 x - 3\sin x + 2$ có giá trị nhỏ nhất là 6 $\square$

Câu 6. Chọn khẳng định đúng, trong các khẳng định sau:

A. Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$ có đúng một nghiệm $x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right]$

B. Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right]$

C. Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$ có đúng ba nghiệm $x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right]$

D. Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$ có đúng bốn nghiệm $x \in \left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right]$

Câu 7. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

Nghiệm $t \in [0; 2]$ của phương trình $\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = 1$ là

A. $t = \frac{1}{2}$ và $t = 2$ B. $t = \frac{1}{2}$ C. $t = 2$ D. Vô nghiệm

Câu 8. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Tổng các nghiệm $x \in (0; 2\pi)$ của phương trình $\tan x = \cot x$ là

A. π B. 2π C. 4π D. Đáp số khác

Phần B. Tự luận (6đ)

Câu 9. Giải phương trình

a) $\tan x - \tan 2x = 0$

b) $\sin x - \cos x + \sin 3x = 0$

Câu 10. Cho phương trình $\sin^2 x + \cos x + m + 1 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 0$.

b) Xác định m biết $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) là nghiệm.

3.4. Kết quả thực nghiệm

3.4.1. Phân tích định lượng

Qua bài kiểm tra sau thực nghiệm chúng tôi đã thu được 42/42 bài và đã tổ chức chấm bài, kết quả thu được qua bảng 3-2.

Điểm	< 5	5-6	7-8	9	10
Số học sinh	0	5	29	6	2
Tỉ lệ %	0 %	11,9 %	69 %	14,3 %	4,8 %

Bảng 3-2

Từ bảng số liệu ở bảng 3-1 và 3-2 cho ta thấy:

- Đối với học sinh yếu kém sau thực nghiệm được học tập bằng những câu hỏi và bài tập vừa sức sẽ nắm được kiến thức cơ bản tốt hơn và có khả năng vận dụng trực tiếp hay tương tự để làm những bài câu hỏi và bài tập đơn giản so với trước thực nghiệm (0 % so với 9,5%).

- Số học sinh khá giỏi sau thực nghiệm tăng lên rõ rệt so với trước thực nghiệm (88,1% so với 52,4 %). Hơn nữa số học sinh trung bình chỉ còn 11,9 % so với 38,1% trước thực nghiệm.

Như vậy, việc sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” mang lại hiệu quả cho học sinh hiệu quả cao hơn khi sử dụng câu hỏi và bài tập đồng loạt cho mọi học sinh.

3.4.2. Phân tích định tính

Từ những kết quả thu được trong và sau khi thực nghiệm dạy học theo định hướng phân hóa có kết quả cao hơn khi dạy học sử dụng câu hỏi và bài tập đồng loạt cho các đối tượng học sinh về chất lượng lĩnh hội kiến thức và năng lực tư duy và khả năng vận dụng kiến thức và kỹ năng giải toán.

Về chất lượng lĩnh hội kiến thức

Trong khi chấm bài kiểm tra sau thực nghiệm chúng tôi thấy học sinh đã nắm vững các khái niệm và các kỹ năng cơ bản. Đó cũng là thành quả của việc điều tra, quan sát, thăm dò ý kiến của từng học sinh bằng phiếu (bảng 3-3). Sau mỗi tiết, mỗi bài học trong quá trình thực nghiệm. Để từ đó điều chỉnh sao cho phù hợp giữa nội dung câu hỏi và bài tập với từng đối tượng nhận thức của học sinh.

Mức độ đạt được sau mỗi bài học

Stt	Nội dung bài	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng
1	Hàm số lượng giác			
2	Bài tập HSLG			
3	PTLG cơ bản			
4	Bài tập PTLG cơ bản			
5	Một số dạng PTLG đơn giản			
6	Bài tập Một số dạng PTLG đơn giản			

Bảng 3-3

❖ Ý kiến của học sinh

.....

.....

Về năng lực tư duy và khả năng vận dụng kiến thức

Năng lực tư duy được thể hiện ở khả năng nhận biết vấn đề, khả năng phân tích, so sánh, tổng hợp, khái quát hóa, đặc biệt hóa và vận dụng kiến thức để giải các bài tập.

Năng lực tư duy, đặc biệt là tư duy sáng tạo của học sinh của học sinh khá giỏi

Ví dụ: Có 36 học sinh làm được câu 5 chiếm 88,1%, có 10 học sinh làm được câu 10(b) chiếm 23,8 %.

Qua theo dõi từng bài học trên lớp, chúng tôi thấy không khí học tập của các em sôi nổi, tích cực và có tinh thần hợp tác. Học sinh phấn khởi hơn, tự tin hơn trong học tập (bảng 3-4), trình độ của học sinh dần được tăng hơn (đặc biệt là học sinh yếu kém và khá giỏi).

Phiếu thăm dò ý kiến học sinh (Lớp 11A₁-Trường THPT Phương Sơn)

(Em hãy điền dấu “+” vào ô trống tương ứng mà em cho là đúng)

Mức độ hứng thú trong các hoạt động học tập ở mỗi bài học

Stt	Nội dung bài	Rất thích	Bình thường	Không thích
1	Hàm số lượng giác			
2	PTLG cơ bản			
3	Một số dạng PTLG đơn giản			

Bảng 3-4

❖ Ý kiến của học sinh

.....

.....

3.5. Tiểu kết chương 3

Kết quả thực đề tài cho thấy giả thuyết khoa học nêu ra đã được kiểm nghiệm theo những tiêu chí sau đây:

- Việc xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa là khả thi.
- Bài giảng được thiết kế và giảng dạy theo quan điểm dạy học phân hóa trên cơ sở sử dụng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa thật sự đã trở thành công cụ logic hữu ích cho giáo viên để nâng cao chất lượng dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” nói riêng và Toán học nói chung.
- Bài giảng được thiết kế trên cơ sở sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa không chỉ mang lại cho mọi đối tượng học sinh những tri thức cần thiết, đầy đủ hơn về nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” mà còn giúp rèn luyện cho học sinh cách tự học, phát triển năng lực tư duy của các đối tượng học sinh, quan điểm nhìn nhận các sự vật hiện tượng thực tế, khả năng vận dụng các tri thức để giải quyết các vấn đề của khoa học và đời sống.

KẾT LUẬN LUẬN VĂN

1. Luận văn đã hệ thống hóa một vấn đề lí luận về dạy học phân hóa, hệ thống hóa cơ sở lí luận về câu hỏi, bài tập, câu hỏi và bài tập phân hóa.

2. Luận văn đã nêu lên được thực trạng của việc dạy học phân hóa môn Toán ở trường THPT hiện nay, những ưu điểm, nhược điểm của việc dạy học phân hóa.

3. Luận văn đã đề xuất quy trình xây dựng và sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa hợp lí, có thể vận dụng được trong dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” nói riêng và dạy học Toán học nói chung, đã xây dựng được 132 câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” đã thiết kế được các bài giảng có sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác”.

4. Bài giảng được thiết kế và giảng dạy theo định hướng dạy học phân hóa trên cơ sở sử dụng hệ thống câu hỏi và bài tập thực sự đã trở thành công cụ logic hữu ích cho giáo viên để nâng cao chất lượng dạy học nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” nói riêng và dạy học Toán học nói chung.

5. Kết quả thực nghiệm sư phạm đã chứng tỏ hiệu quả của việc thiết bài giảng và dạy học theo định hướng phân hóa nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác” có những ưu điểm sau:

- Mang lại cho mọi đối tượng học sinh những tri thức cần thiết, đầy đủ hơn về nội dung “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác”, phát huy tối ưu năng lực cá nhân của mỗi học sinh, đảm bảo sự công bằng trong giáo dục.

- Rèn luyện cho học sinh cách tự học, phát triển năng lực tư duy của các đối tượng học sinh, quan điểm nhìn nhận các sự vật hiện tượng trong thực tế, khả năng vận dụng các tri thức để giải quyết các vấn đề của khoa học và đời sống.

Như vậy, việc xây dựng và sử dụng hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học là hoàn toàn khả thi, dựa trên cơ sở về lí luận về dạy học phân hóa và đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tích cực hóa hoạt động người học, trên cơ sở cấu trúc nội tại của chương trình Đại số và giải tích ở cấp học THPT.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Phan Đức Chính, Vũ Dương Thụy - Đào Tam - Lê Thống Nhất, *Các bài giảng luyện thi môn Toán tập 1, 2*, NXBGD, 1998.
- [2]. Khánh Dương, *Câu hỏi và việc phân loại câu hỏi trong dạy học*, Tạp chí giáo dục, 2001.
- [3]. Khánh Dương, *Quy trình chung của việc sử dụng câu hỏi trong dạy học*, Tạp chí giáo dục, 2002.
- [4]. Đề tài NCKH cấp Bộ B2004 - 80 - 03, *Một số giải pháp thực hiện chương trình giáo dục phổ thông theo định hướng phân hoá*, Viện chiến lược và chương trình giáo dục, Hà Nội, 2006.
- [5]. Nguyễn Văn Hưng, *Dạy học góc lượng giác và công thức lượng giác ở lớp 10 trường THPT theo định hướng phân hoá*, Luận văn thạc sỹ khoa học giáo dục trường ĐH Thái Nguyên, 2007.
- [6]. Vũ Thị Thanh Huyền, *Xây dựng và sử dụng hệ thống câu hỏi, bài tập phân hoá khi dạy học quan hệ vuông góc trong không gian ở lớp 11 THPT*, Luận văn thạc sỹ khoa học giáo dục TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI, 2008.
- [7]. Đoàn Quỳnh, Nguyễn Duy Đoan-Nguyễn Xuân Liêm-Nguyễn Khắc Minh-Đặng Hùng Thắng, SGK Đại số và Giải tích 11 (nâng cao), NXBGD, 2008.
- [8]. Đoàn Quỳnh, Nguyễn Duy Đoan-Nguyễn Xuân Liêm-Nguyễn Khắc Minh-Đặng Hùng Thắng, SGV Đại số và Giải tích 11 (nâng cao), NXBGD, 2007
- [9]. Nguyễn Bá Kim - *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học sư phạm, 2006.
- [10]. Nguyễn Bá Kim, Đinh Nho Cường, Nguyễn Mạnh Cường, Vũ Dương Thụy,
- [11]. Nguyễn Bá Kim - Vương Dương Minh - Tôn Thân, *Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của học sinh qua môn Toán ở trường THCS*, NXB giáo dục, 1998.
- [12]. Phạm Đình Khương, *Sử dụng câu hỏi và hướng dẫn HS đặt câu hỏi trong dạy học Toán*, Tạp chí giáo dục, tháng 1/2005.
- [13]. Tài liệu bồi dưỡng giáo viên(thực hiện chương trình sách giáo khoa) lớp 11.

- [14]. Vương Dương Minh, *Tổ chức hoạt động của học sinh trong giờ học Toán ở trường phổ thông* (tài liệu học chuyên đề của chuyên ngành LL & PPDH Toán), 2003.
- [15]. Vương Dương Minh, *Phân hoá trong giáo dục phổ thông*, [Http://www.hanoi.edu.vn](http://www.hanoi.edu.vn), 2006.
- [16]. Bùi Văn Nghị - Vương Dương Minh - Nguyễn Anh Tuấn, *Tài liệu bồi dưỡng thường xuyên cho GV THPT chu kì III (2004 - 2007)*, NXB đại học sư phạm, Hà Nội
- [17]. Lê Thanh Oai, *Sử dụng câu hỏi để phát huy tính tích cực của học sinh trong dạy học*, Tạp chí giáo dục, tháng 7/2001.
- [18]. Trần Phương, Phân loại chuyên đề và giải đề thi đại học môn toán.
- [19]. Tôn Thân, *Một số vấn đề về dạy học phân hoá*, Tạp chí Khoa học giáo dục, số 6 tháng 3/2006.
- [20] Nguyễn Văn Thường, *Phương pháp dạy học môn Toán - phần 2*, NXB Giáo dục, Hà Nội, 1994.
- [21]. Nguyễn Anh Tuấn, *Dạy học phân hoá trong giờ học luyện tập lượng giác lớp 11*, Luận văn thạc sỹ khoa học giáo dục trường ĐHSP Hà Nội, 2004.
- [22]. Trần Vinh, Thiết kế bài giảng Đại số và Giải tích 11 nâng cao, NXB Hà Nội.
- [23]. Trần Vui, phần mềm Geomter's SketchPad.
- [24]. Từ điển Tiếng Việt, NXB Văn hoá - Thông tin, 2001.

LỜI CẢM ƠN

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành, sâu sắc nhất tới PGS. TS Vương Dương Minh, người thầy đã tận tâm, hết lòng giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này.

Trong quá trình làm luận văn, tôi còn nhận được sự giúp đỡ nhiệt tình của các thầy giáo dạy Cao học Toán khoá 15, của Sở Giáo dục - Đào tạo tỉnh Bắc Giang và Ban giám hiệu trường THPT Lục Nam, trường THPT Phương Sơn. Tôi xin gửi lời cảm ơn tới các thầy, Sở Giáo dục và Ban giám hiệu hai trường.

Tôi cũng xin gửi lời cảm ơn tới các thầy cô giáo trong khoa Toán, khoa Sau Đại học, các cô giáo ở thư viện trường đã giúp tôi tư liệu và kiến thức để tôi hoàn thành luận văn.

Sau cùng tôi xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, người thân, đồng nghiệp và các bạn học đã động viên, giúp đỡ tôi rất nhiều trong quá trình học và làm luận văn.

Bắc Giang, ngày 25 tháng 9 năm 2009

Tác giả luận văn

DANH MỤC VIẾT TẮT

GV	:	Giáo viên
HS	:	Học sinh
NXB	:	Nhà xuất bản
PPDH	:	Phương pháp dạy học
SGV	:	Sách giáo viên
SGK	:	Sách giáo khoa
THPT	:	Trung học phổ thông

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU	1
1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI.....	1
2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU, NHIỆM VỤ NGHIÊN CỨU	3
2.1. Mục đích nghiên cứu	3
2.2. Nhiệm vụ nghiên cứu.....	3
3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	3
4. GIẢ THUYẾT KHOA HỌC.....	3
5. CẤU TRÚC LUẬN VĂN.....	4
Chương I: CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN CỦA DẠY HỌC PHÂN HÓA.....	5
1.1. Một số vấn đề về dạy học phân hóa	5
1.1.1. Khái niệm dạy học phân hóa.....	5
1.1.2. Những cấp độ và hình thức dạy học phân hóa	6
1.1.2.1. Dạy học phân hóa ở cấp vi mô	6
1.1.2.2. Dạy học phân hóa ở cấp vĩ mô	9
1.1.3. Những tư tưởng chủ đạo dạy học phân hóa	10
1.1.3.1. Lấy trình độ phát triển chung của học sinh trong lớp làm nền tảng.	11
1.1.3.2. Sử dụng những biện pháp phân hoá để đưa diện học sinh yếu kém lên trình độ chung	11
1.1.3.3. Có những nội dung bổ sung và biện pháp phân hóa giúp học sinh khá, giỏi đạt được những yêu cầu nâng cao trên cơ sở đã đạt được những yêu cầu cơ bản	11
1.1.4. Tại sao phải dạy học phân hóa	12
1.2. Câu hỏi và bài tập trong dạy học phân hóa.....	12
1.2.1. Khái niệm câu hỏi.....	12
1.2.2. Khái niệm bài tập.....	13
1.2.3. Câu hỏi và bài tập phân hóa	14
1.2.4. Những chức năng của câu hỏi và bài tập phân hóa trong dạy học.....	14
1.2.4.1. Chức năng dạy học:	14

1.2.4.2. Chức năng giáo dục.	14
1.2.4.3. Chức năng phát triển.....	15
1.2.4.4. Chức năng kiểm tra.....	15
1.3. Thực trạng của dạy học phân hóa môn Toán ở trường THPT	15
1.4. Các biện pháp dạy học phân hóa.....	16
1.4.1. Phân loại đối tượng học sinh.....	16
1.4.2. Soạn câu hỏi và bài tập phân hóa	17
1.4.3. Soạn giáo án phân hóa	23
1.4.3.1. Xác định mục tiêu bài học.....	24
1.4.3.2. Sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa	26
1.4.3.3. Phân phối hợp lý thời gian trong tiết lên lớp.....	29
1.4.4. Sử dụng phương tiện dạy học trong dạy học phân hóa	29
1.4.5. Phân hóa trong kiểm tra, đánh giá	30
1.5. Tiểu kết chương 1	31
Chương II: XÂY DỰNG HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP PHÂN HÓA	
KHI DẠY HỌC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH	
LƯỢNG GIÁC Ở LỚP 11 TRƯỜNG THPT.....	
2.1. Yêu cầu dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.....	32
2.2. Nguyên tắc xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa.....	34
2.3. Quy trình xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa.....	36
2.3.1. Phân tích nội dung dạy học	36
2.3.2. Xác định mục tiêu.....	36
2.3.3. Xác định nội dung kiến thức có thể mã hóa thành câu hỏi và bài tập.....	36
2.3.4. Diễn đạt các nội dung kiến thức thành câu hỏi và bài tập (đây là một bước quan trọng trong dạy học phân hóa).....	37
2.3.5. Sắp xếp các câu hỏi và bài tập thành hệ thống.....	38
2.4. Hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học hàm số lượng giác và phương trình lượng giác ở lớp 11(nâng cao).	45
2.4.1. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học các hàm số lượng giác ..	45

2.4.2. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học phương trình lượng giác cơ bản	62
2.4.3. Xây dựng câu hỏi và bài tập phân hóa khi dạy học một số dạng phương trình lượng giác đơn giản.....	73
2.5. Sử dụng câu hỏi và bài tập phân hóa dạy học trên lớp.....	84
2.6. Tiểu kết chương 2.....	87
CHƯƠNG III: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM.....	88
3.1. Mục đích thực nghiệm	88
3.2. Nội dung thực nghiệm	88
3.3. Mô tả thực nghiệm.....	88
3.3.1. Chọn trường, lớp và học sinh thực nghiệm.....	88
3.3.2. Chọn giáo viên thực nghiệm	89
3.3.3. Cách thức thực nghiệm	89
3.3.4. Phương pháp đánh giá thực nghiệm	89
3.4. Kết quả thực nghiệm.....	90
3.4.1. Phân tích định lượng.....	90
3.4.2. Phân tích định tính.....	91
3.5. Tiểu kết chương 3	93
KẾT LUẬN.....	94
TÀI LIỆU THAM KHẢO	95

PHẦN PHỤ LỤC

**HỆ THỐNG BÀI SOẠN CÓ SỬ DỤNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP
PHÂN HÓA KHI DẠY HỌC NỘI DUNG HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC
VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC (gồm 17 bài soạn)**

§1. CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC (4tiết)

A. MỤC TIÊU

Giúp học sinh

1. Kiến thức:

✎ *Cơ bản.*

- + Hiểu: Định nghĩa các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ với x là số thực, x là số của góc (cung) lượng giác.
- + Hiểu được tính chẵn - lẻ; tuần hoàn và chu kì, TXĐ, TGT của các hàm số trên.
- + Biết dựa vào trục sin; cosin; tang và trục cotang gắn với đường tròn lượng giác để khảo sát sự biến thiên của hàm số tương ứng, thể hiện sự biến thiên đó trên đồ thị.

☞ *Nâng cao.*

- + Nắm được mối liên hệ giữa số thực x (trên trục số) với điểm cuối của (góc) cung lượng giác (đơn vị trên trục số bằng bán kính đường tròn lượng giác).
- + Nắm được cách tìm chu kì của hàm số tuần hoàn.
- + Biết cách xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số trên.

2. Kỹ năng:

✎ *Cơ bản.*

- + Xác định được tính chẵn, lẻ của hàm số lượng giác, biết tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất; giao điểm đồ thị với trục hoành.
- + Giúp học sinh nhận biết hình dạng đồ thị và cách vẽ đồ thị hàm số lượng giác.

☞ *Nâng cao.*

- + Chứng tỏ được hàm số tuần hoàn với chu kì $T > 0$.
- + So sánh được giữa các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ và $y = \cot x$ với các hàm số đã học (như hàm số bậc hai,...).
- + Từ đồ thị ta biết: TXĐ, TGT, tính tuần hoàn và chu kì, khoảng đơn điệu (khoảng đồng biến, nghịch biến). Đặc biệt từ đồ thị hàm số có dạng đường hình sin có thể xác định được hàm số lượng giác, xác định điểm cao nhất và điểm thấp nhất,...

3. Tư duy:

- + Phát huy trí tưởng tượng, khả năng tái hiện, khả năng phân tích, ...
- + Phát triển tư duy sáng tạo, tư duy khái quát hoá.

4. Thái độ:

- + Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập.
- + Có thái độ nghiêm túc và tinh thần hợp tác trong các hoạt động học tập.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

☞ Về giáo viên:

- + Giáo án; máy vi tính; máy chiếu projector; máy hút(nếu có); bảng phụ;
- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi(bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- + Mô hình đường tròn lượng giác với các trục sin cosin, sợi dây, thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS,...

☞ Về học sinh:

- + Bảng phụ; máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phần viết bảng; ...

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

Tiết 1

1. Các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$.

a) Định nghĩa

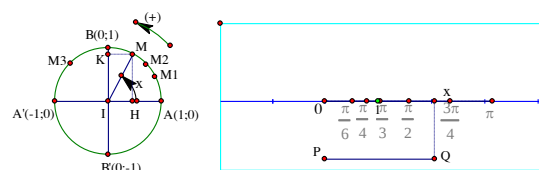
GV: Treo mô hình đường tròn lượng giác có gắn tọa độ các điểm(hình vẽ bên) và trục số($x'Ox$), có đơn vị trên trục số bằng bán kính đường tròn lượng giác.

GV: Gọi một HS (dành cho học sinh yếu kém, hoặc trung bình) nên xác định điểm cuối M của số đo (góc x) cung

$$AM = \overline{PQ} = x \text{ với:}$$

$$a) x = \frac{\pi}{4};$$

$$b) x = \frac{3\pi}{4}$$



- H₁-

HS còn lại theo dõi và dự đoán.

$$a) M \equiv M_2;$$

$$b) M \equiv M_3.$$

GV: Phát phiếu học tập số 01(thành 4-6 nhóm, mỗi nhóm có các đối tượng nhận thức khá giỏi, trung bình và yếu kém).

GV: Chiếu phiếu học tập số 01 lên phong (bảng phụ).

Bài 1. Trả lời Đ-S

Câu 1. Mỗi số thực x cho duy nhất một số đo cung $AM = x$.

Câu 2. Mỗi số thực x cho duy nhất một điểm cuối M sao cho số đo cung $AM = x$.

Câu 3. Có thể có hai số thực x trên trục số cho cùng một điểm cuối M trên đường tròn lượng giác.

Câu 4. Mỗi điểm trên đường tròn lượng giác ta xác định được vô số số thực x trên trục số

Câu 5. Toạ độ của điểm $M(\overline{OH}; \overline{OK})$, $\overline{OH} = \cos x$ và $\overline{OK} = \sin x$.

Câu 6. a) $\sin \frac{\pi}{2}$ b) $\cos(-\frac{\pi}{4})$ c) $\cos(2\pi)$ d) $\sin \frac{\pi}{6}$ e) $\sin(1,57)$

HS tìm hiểu đề bài, nghiên cứu tìm lời giải, tự điều chỉnh và tự kiểm tra. Sau đó nhóm trưởng tổng hợp cho kết quả (bảng phụ hoặc giấy trong).

Các nhóm trưởng trình bày và các nhóm còn lại khác nhận xét.

GV: Cho nhận xét và chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

HS ghi nhận kiến thức: **Kết quả: câu 1 đến câu 5 (đáp án đúng).**

Câu 6: a) 1; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; c) 1; d) $\frac{1}{2}$; e) $\frac{1}{2}$

GV: Như vậy mỗi số thực x xác định ... $\sin x$? (dành cho học sinh trung bình).

HS Mỗi số thực x xác định duy nhất một giá trị $\sin x$.

GV: Đây chính là nội dung định nghĩa hàm số sin và hàm số cosin.

GV: HS phát biểu (dành cho HS khá giỏi)?

GV chuẩn hóa kiến thức.

HS Ghi nhận định nghĩa (sách giáo khoa).

GV: Hãy cho biết tập xác định của hàm số $\sin x$ và hàm số $\cos x$?

HS Hàm số $y = \sin x$ có TXĐ: $\mathbb{R}$, Hàm số $y = \cos x$ có TXĐ: $\mathbb{R}$

GV **sin:** $\sin x =$ $\frac{y}{r}$

x $\sin x =$ $\frac{y}{r}$

GV tương tự như vậy đối với hàm cosin (Cho 1HS trung bình lên bảng xác định).

HS **cos:** $\cos x =$ $\frac{x}{r}$

x $\cos x =$ $\frac{x}{r}$

GV: Hãy cho biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số (dành cho học sinh yếu kém)? Từ đó cho biết tập giá trị của các hàm số đó?

HS: trả lời, sau đó GV chuẩn hóa kiến thức.

GV phát phiếu học tập số 02

Bài 2: Trong các hàm số sau, hãy cho biết hàm số nào là hàm số sin, hàm số cosin? Nếu là hàm số sin, cosin hãy cho biết tập xác định?

1) $y = c$ (c là hằng số)

2) $y = x^2$

3) $y = -\sin x$

4) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

5) $y = 2\sin x$.

Chủ định dành cho HS yếu kém và trung bình: 1); 2). HS khá giỏi: 4); 5).

GV có thể giải quyết những vấn đề mà học sinh chưa rõ và gợi ý cho học sinh khi cần thiết.

HS tìm hiểu đề bài, nghiên cứu tìm lời giải, tự điều chỉnh và tự kiểm tra.

GV cho đại diện học sinh thuộc từng đối tượng trả lời? học sinh còn lại theo dõi và nhận xét? Giáo viên chuẩn hóa kiến thức bài làm của học sinh (nếu cần).

HS ghi nhận kiến thức và tri thức phương pháp.

GV: HS hãy so sánh $\sin(-x)$ với $\sin x$? và So sánh $\cos(-x)$ với $\cos x$?

Hãy cho biết tính chẵn lẻ của hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$?

HS trả lời, sau đó GV nhận xét, động viên(khi trả lời đúng) và chuẩn hóa kiến thức.

b) Tính chất tuần hoàn của các hàm số lượng giác $y = \sin x$ và $y = \cos x$

GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa hàm số tuần hoàn và chu kì (SGK).

GV: Hãy so sánh $\sin(x + k2\pi)$ với $\sin x$? với $k \in \mathbb{Z}$ (dành cho HS trung bình).

HS: $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ với mọi x ($k \in \mathbb{Z}$).

GV: Nếu $\sin(x+T) = \sin x$ với $x \in \mathbb{R}$ thì $T = ?$

HS: $T = 2k\pi$

GV: tương tự với $\cos(x+T) = \cos x$ với mọi x ($k \in \mathbb{Z}$), có $T = 2k\pi$

GV giải thích “tuần hoàn” tức là khi ta cộng thêm bội của chu kì ($T = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$) vào biến số thì giá trị của hàm số không thay đổi.

GV: Như vậy Hàm $y = \sin x$, $y = \cos x$ có là những hàm số tuần hoàn? chu kì?

HS: hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ là những hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi$

GV: Muốn chứng tỏ hàm số $y = f(x)$ tuần hoàn với chu kì T ta làm như thế nào?(dành cho HS khá giỏi).

+ Chứng tỏ được $f(x+T) = f(x)$ với $\forall x \in D$ (dành cho học sinh trung, yếu kém).

+ Phải chứng tỏ T là số dương nhỏ nhất thỏa mãn $f(x+T) = f(x)$.

GV: Hãy chứng tỏ hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$

(1 HS khá giỏi lên bảng làm)?.

(GV có thể gợi ý đối với HS yếu kém, qua sát học sinh làm bài, gợi mở HS trình bày).

Lời giải:

Đặt $f(x) = \sin 2x$, ta có: $f(x+\pi) = \sin 2(x+\pi) = \sin(2x+2\pi) = \sin 2x = f(x)$

Bây giờ ta giả sử tồn tại số $0 < T_1 < \pi$ và thỏa mãn đầu bài, ta chứng minh $T = T_1$.

Thật vậy ta có $f(x+T_1) = \sin(2(x+T_1)) = \sin(2x+2T_1) = \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$

Ta cho $x = \frac{\pi}{4}$ nên có $\sin(\frac{\pi}{2} + 2T_1) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$ Suy ra $\frac{\pi}{2} + 2T_1 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Từ đó $T_1 = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Vì T_1 dương nhỏ nhất, nên $T_1 = T$

Vậy: hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

GV chuẩn hóa kiến thức(nếu cần).

HS nghiên cứu tìm lời giải, tự điều chỉnh và tự kiểm tra, ghi chép

GV Phát phiếu học tập số 03.

Có thể trình chiếu bằng máy tính(bảng phụ).

(chia làm 4-6 nhóm, có các loại đối tượng nhận thức)

Bài 3. (trả lời Đ-S)

- A) Hàm số $y = c$ (với c là hằng số) là hàm tuần hoàn với chu kỳ $T = 0$?
- B) Hàm số $y = c$ (với c là hằng số) là hàm tuần hoàn, nhưng không có chu kỳ?
- C) Hàm số $y = x^2 - x - 1$ không phải là hàm số tuần hoàn.
- D) Hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- E) Hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 4\pi$.
- F) Hàm số $y = |\sin x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.
- G) Hàm số $y = |\sin x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

HS nhóm tự nghiên cứu, thảo luận. Sau đó học sinh nhóm trưởng trả lời.

GV đánh giá giữa các nhóm, nhận xét và chuẩn hóa kiến thức(nếu cần).

❖ **Củng cố:**

GV sử dụng bảng phụ đã ghi nội dung bài 4

Bài4: Dùng bảng phụ để học sinh hoàn thiện(sử dụng máy vi tính để trình chiếu, rồi cho học sinh trả lời).

Hãy điền những từ, cụm từ thích hợp nhất vào “...” sau:

- 1) Hàm số $y = \sin x$ có biến số x là.....
- 2) Hàm số $y = \sin x$ có
- 3) Hàm số $y = \cos x$ có tập..... , giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất là.....
- 4) Hàm số $y = \sin x$ là hàm số nên đồ thị nhậnlàm tâm đối xứng.
- 5) Hàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn nên
- 6) Hàm số $y = \sin x$ là hàm với chu kì
- 7) Hàm số $y = \cos(x + \frac{1}{2})$ là hàm số tuần..... với
- 8) Hàm số $y = \cos x$ và Hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ đều cólà , tập giá trị là..... .
- 9) Hàm số $y = \sin 3x$ là với chu kì
- 10) Hàm số $y = c$ (c là hằng số) là hàm số, nhưng không có

❖ **Bài tập phân hóa về nhà:**

Ra bài tập phân hóa về nhà:

Phần chung cho cả lớp : 1b; 2b; 2c; 3a; 3b; 6a.

Phần dành cho học sinh yếu kém và trung bình : 1a; 2a; 7a; 8a.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : 1c; 2d; 3c; 8c; 8d.

Bài tập ra thêm :

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 1.7 c (SBT-tr7)

Phần dành cho học sinh trung bình : Bài 1.10a,b (SBT-tr7)

Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 1.6 a,b (SBT-tr7)

Phần chung: Ôn giá trị lượng giác của những cung (góc) đặc biệt.

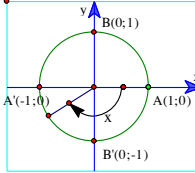
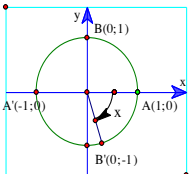
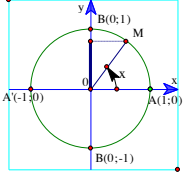
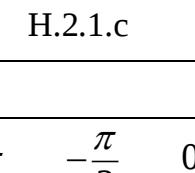
§1. CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Tiết 2

c) Sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$

GV: Phát phiếu học tập số 02

(Chủ định chia thành 4-6 nhóm có cùng đối tượng nhận thức).

Nội dung				
2A) Em hãy cho biết giá trị của $\sin x$ tăng hay giảm (thay đổi ntn?) từ đâu đến đâu? Khi x thuộc mỗi đoạn sau: a) $x \in [-\pi; -\frac{\pi}{2}]$. c) $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$. b) $x \in [-\frac{\pi}{2}; 0]$. d) $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$.				
2B) Khi thay đổi trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$ thì $y = \sin x$ thay đổi ntn?				
<u>Chủ định</u> 2A) dành cho học sinh yếu kém và trung bình (có hình vẽ minh họa). 2B) Dành cho học sinh khá giỏi.	H.2.1.a		H.2.1.b	
	H.2.1.c		H.2.1.d	

+ Sau khoảng 5'. Giáo viên gọi 2 học sinh trong nhóm 2A; 2B, rồi cho các nhóm nhận xét. Cuối cùng giáo viên chuẩn hoá kiến thức và đồng thời cho học sinh lên bảng để điền vào bảng biến thiên của giá trị hàm số (vẽ sẵn).	x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
	y=sinx	0	-1	0	1	0

GV: Hãy cho biết tại sao ta chỉ cần xét trên đoạn $[0; \pi]$?

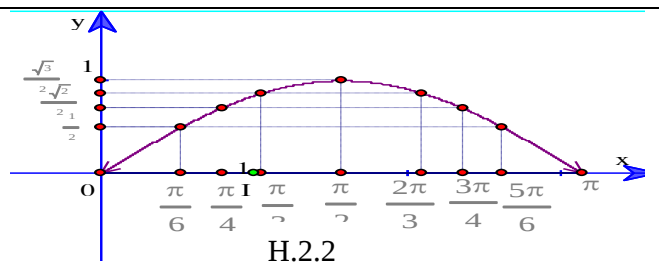
Trên đoạn $[0; \pi]$ đồ thị hàm số đi qua những điểm đặc biệt nào?

Sau đó GV treo bảng phụ (cho học sinh điền giá trị của hàm số vào bảng).

(Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình).

GV chuẩn hoá kiến thức.	x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
				$\approx 0,71$	$\approx 0,87$		$\approx 0,87$	$\approx 0,71$		

GV: Yêu cầu học sinh hoạt động theo nhóm (có đủ các đối tượng yếu kém, trung bình, khá giỏi) và chủ định một em khá giỏi lên bảng trình xác định các điểm đặc biệt đó.



GV: Tiếp theo, khoảng 3' cho các nhóm nhận xét, yêu cầu học sinh xác định nhiều điểm thuộc đồ thị bằng cách cho những giá trị x thuộc đoạn đó, giáo viên chuẩn hóa như hình 2.2.

GV: Hãy nêu cách vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$?

(Câu hỏi cho cả lớp, xong chủ định cho học sinh trung bình).

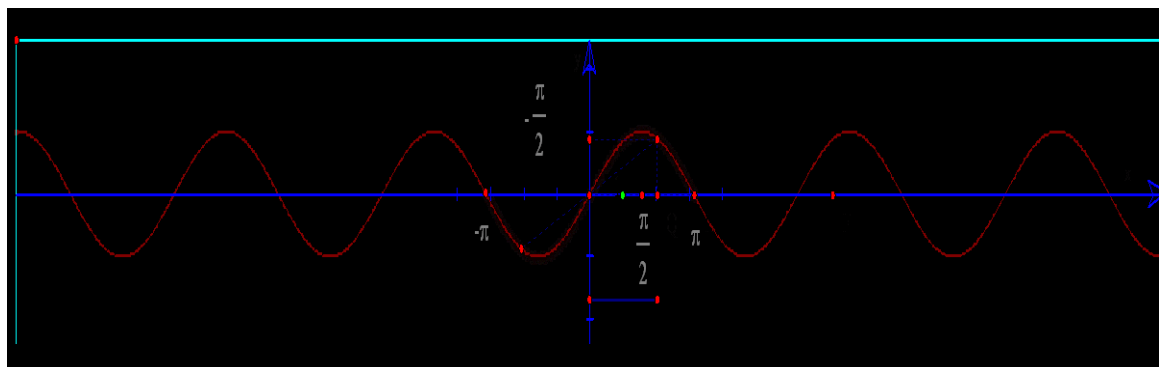
HS: Đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ gồm phần đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$ cùng với hình đối xứng với nó qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

GV: Hãy cho biết cách vẽ đồ thị hàm số $y = \sin x$?

+ Câu hỏi cho cả lớp, xong chủ định cho học sinh khá giỏi

+ Có thể sử dụng mô hình động (phần mềm GeometrSketchpad).

GV: Tịnh tiến đồ thị $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ theo trục hoành sang trái, sang phải những đoạn có độ dài $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ thì ta được toàn bộ đồ thị hàm số $y = \sin x$. Đồ thị đó được gọi là đường hình sin. (H.2.3)



H.2.3

Phiếu học tập số 03 (4-6nhóm, mỗi nhóm các đối tượng nhận thức).

Trả lời đúng-sai?

Câu 3.1) Đồ thị hàm số $y = \sin x$ là một đường Parabol, có điểm cao nhất với tung độ là 1.

Câu 3.2) Đồ thị hàm số $y = \sin x$ là một đường hình sin, đối xứng với nhau qua gốc toạ độ, có điểm cao nhất có tung độ là 1, điểm thấp nhất có tung độ là -1.

Câu 3.3) Đường thẳng $y = m \in [-1;1]$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại vô số điểm.

Câu 3.4) Trên $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$ hàm số $y = \sin x$ nghịch biến.

Câu 3.5) Hàm số $y = \sin x$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $[2k\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi]$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3.6) Hai điểm cao nhất của đồ thị Hàm số $y = \sin x$ có khoảng cách nhỏ nhất là 2π .

Câu 3.7) Từ đồ thị hàm số $y = \sin x$, suy ra đồ thị hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ bằng cách tịnh tiến theo trục hoành sang trái $\frac{\pi}{2}$ đơn vị.

Dành cho học sinh khá giỏi: 3.6; 3.5; 3.3; 3.7

Dành cho học sinh trung bình và yếu kém: 3.1; 3.2; 3.3; 3.4;

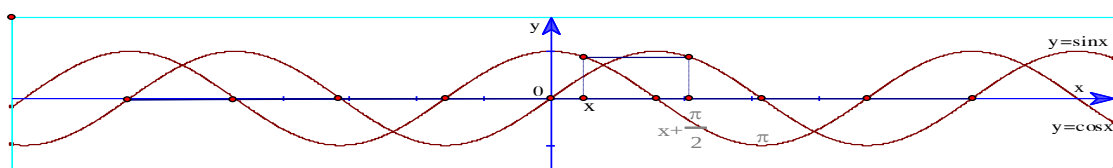
+ Sau 3', các nhóm trưởng cho kết quả và nhận xét, giáo viên chuẩn hoá (nếu cần).

d) Sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$

GV: Với mọi x hãy so sánh $\cos x$ và $\sin(x + \frac{\pi}{2})$? HS $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$, $\forall x \in \mathbb{R}$

GV: Hãy cho biết cách vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ từ đồ thị hàm số $y = \sin x$? (dành cho cả lớp, chủ định dành cho học sinh khá giỏi).

HS Tịnh tiến đồ thị $y = \sin x$ sang trái một đoạn có độ dài $\frac{\pi}{2}$, Khi đó ta được đồ thị hàm số $y = \cos x$ và cũng được gọi là đồ thị đường hình sin.(H.2.4)



H.2.4

+ Từ đồ thị hàm số $y = \cos x$, hãy xác định bảng biến thiên trên đoạn $[-\pi; \pi]$? (dành cho học sinh khá)	+	
	x	$-\pi$ 0 π
$y = \sin x$		

GV: có thể sử dụng máy vi tính và máy chiếu để mô tả sự biến thiên của hàm số $y = \cos x$.

GV: Khi x thay đổi thì $y = \cos x$ thay đổi ntn? Đồ thị hàm số $y = \cos x$ có đặc điểm gì? Trên đoạn $[-\pi; \pi]$ hàm số $y = \cos x$ đồng biến hay nghịch biến? Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $[-\pi + k2\pi; k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$?

❖ Cùng cố:

Phiếu học tập số 04

Trong các khẳng định sau, cho biết khẳng định nào đúng? khẳng định nào sai?

- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những đồng biến trên mỗi khoảng $[-\pi + k2\pi; k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$
- Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những nghịch biến trên mỗi đoạn $[-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$.
- Trên đoạn $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là nghịch biến.
- Đồ thị hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ là những đường hình sin.
- Đồ thị hàm số $y = \cos x$ luôn đi qua điểm có tọa độ là $(k2\pi; 1)$ với $k \in \blacksquare$.
- Trên mỗi đoạn $[\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi]$ với $k \in \blacksquare$ thì hàm số $y = \sin x$ đồng biến, còn hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.
- Đồ thị hàm số $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng cách tịnh tiến theo véc tơ $\frac{\pi}{4}\vec{l}$ (với $\vec{l}$ là véc tơ đơn vị trên trục hoành).

Chủ định

Dành cho học sinh khá giỏi: 5); 6); 7).

Dành cho học trung bình: 3); 4).

Dành cho học trung bình: 1); 2); 3).

+ Sau khoảng 3'-5', giáo viên gọi một số học sinh trả lời cho nhận xét, giáo viên chuẩn hoá kiến thức.

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

- + Bài tập ra chung cho cả lớp : HĐ5; bảng nghi nhớ; bài 116
- + Bài tập dành cho học sinh yếu kém : Bài 12b; 11b.
- + Bài tập dành cho học sinh trung bình : Bài 5a; 12a.
- + Bài tập dành cho học sinh khá giỏi : Bài 5b; 10; 11c; 13.

(SGK tr 14-17)

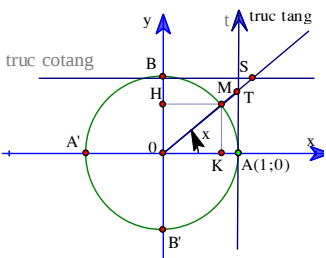
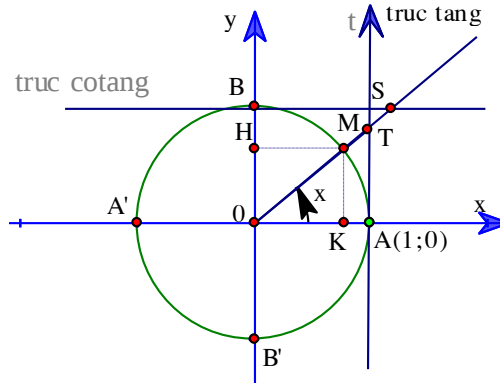
Bài tập ra thêm

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số:

- a. $y = -\sin x$, $y = -\cos x$ (học sinh yếu kém)
- b. $y = |\sin x|$, $y = |\cos x|$ (học sinh trung bình)
- c. $y = \sin|x|$, $y = \cos|x|$ (học sinh khá giỏi)

§ 1. CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Tiết 3

Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh
Phát phiếu học tập số 1 (chiếu phiếu học tập số 1 lên phòng). Cho hình vẽ (H.3.1)  H.3.1 Hãy xác định: a) Tính $\tan x$ theo $\sin x$ và $\cos x$. b) Tính $\tan x$ theo $\overline{AT}$. c) Tính $\cot x$ theo $\sin x$ và $\cos x$. d) Tính $\cot x$ theo $\overline{BS}$. <i>Dành cho cả lớp song chủ định dành cho học sinh trung bình.</i> Sau 3'-4' gọi học sinh trả lời và cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).	 a) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ với $\cos x \neq 0$. b) $\tan x = \overline{AT}$. c) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$. d) $\cot x = \overline{BS}$.

2. Các hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$

a) Định nghĩa

HS phát biểu định nghĩa (SGK)

GV: tìm x để $\sin x \neq 0$

(dựa vào H.3.1) và cho học sinh phát biểu định nghĩa hàm số cotang (SGK).

GV hãy cho biết tập xác định của hàm số $y = \cot x$? cho biết ý nghĩa hình học của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$?

(dành cho cả lớp, xong chủ định cho học sinh trung bình).

HS theo (hình vẽ H.3.1) có: $\tan x = \overline{AT}$; $\cot x = \overline{BH}$.

hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ vì nếu $x \in D_1$ thì $-x \in D_1$ và $\tan(-x) = -\tan x$.

Và hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ vì nếu $x \in D_2$ thì $-x \in D_2$ và $\cot(-x) = -\cot x$.

GV hãy cho biết tập giá trị của hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$?

(dành cho cả lớp, xong chủ định cho học sinh yếu kém).

GV hãy so sánh tập xác định và tập giá trị của các hàm số sau:

$y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$?

(dành cho cả lớp, xong chủ định cho học sinh yếu kém).

HS trả lời, nhận xét, giáo viên chuẩn hoá lại kiến thức (nếu cần).

b) Tính tuần hoàn

GV hãy so sánh: $\tan(x + \pi)$ với $\tan x$, $\cot(x + k\pi)$ với $\cot x$? (với $k \in \mathbb{Z}$)

(Chủ định gọi học sinh yếu trả lời)

HS trả lời, GV chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

❖ Củng cố

Phiếu học tập số 2 (Hoạt động theo nhóm có các đối tượng học tập)

Chọn đúng-sai trong các mệnh đề sau:

- 1) Hàm số $y = \sin x \cos^2 x + \tan x$ là hàm số lẻ.
- 2) Hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số lẻ.
- 3) Hàm số $y = |\tan x|$ là hàm số chẵn.
- 4) Hàm số $y = \tan |x|$ là hàm số lẻ.
- 5) Hàm số $y = \tan |x|$ là hàm số chẵn

- 6) Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có tập xác định là $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- 7) Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ có tập xác định là $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- 8) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có cùng tập xác định.
- 9) Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có cùng tập giá trị.
- 10) Hàm số $y = \cos^2 x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn, tuần hoàn và không có chu kì.
- 11) Hàm số $y = \cos^2 x + \sin^2 x$ là hàm số chẵn, tuần hoàn và có chu kì.
- 12) Hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là 2π .
- 13) Hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là $\frac{\pi}{2}$.
- 14) Hàm số $y = \cot \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là $\frac{\pi}{2}$.
- 15) Hàm số $y = \cot \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là 2π .

Sau khoảng 5'. GV yêu cầu nhóm trưởng trả lời và chuẩn hóa kiến thức.

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

- + Bài tập ra chung cho cả lớp : Bài 1b; 1d; Học thuộc bảng ghi nhớ
- + Bài tập dành cho học sinh yếu kém : 7b; 7c..
- + Bài tập dành cho học sinh trung bình : Bài 2d; 3d.
- + Bài tập dành cho học sinh khá giỏi : Bài 1c; . (SGK tr 14-16)

Bài tập ra thêm :

Phần dành cho học sinh yếu kém : Làm phiếu học tập số 2

Phần dành cho học sinh trung bình : Bài 1.10 (SBT tr 8)

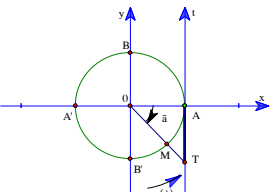
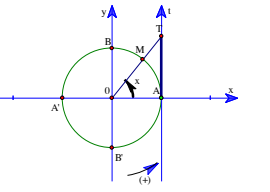
Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 1.9 (SBT tr 8)

§1. CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Tiết 4

GV: Phát Phiếu học tập số 01 (sử dụng bảng phụ hoặc máy chiếu hoặc phát phiếu)

1. Hãy cho biết chu kì, TXĐ, TGT của hàm số $y = \tan x$ ($y = \cot x$)?
2. Để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \tan x$ được thuận lợi ta xét trên khoảng nào? tại sao?
3. Cho hình vẽ

 H.4.2	 H.4.1	Hãy cho biết sự tăng, giảm của hàm số $y = \tan x$ trên: a) $(-\frac{\pi}{2}; 0]$ b) $[0; \frac{\pi}{2})$
--	--	---

Sau 3', yêu cầu HS trả lời và GV chuẩn hóa kiến thức.

c) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số $y = \tan x$

GV trên $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ hàm số $y = \tan x$ thay đổi ntn? Hàm số đồng biến trên từng

khoảng $(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$. Tại sao?

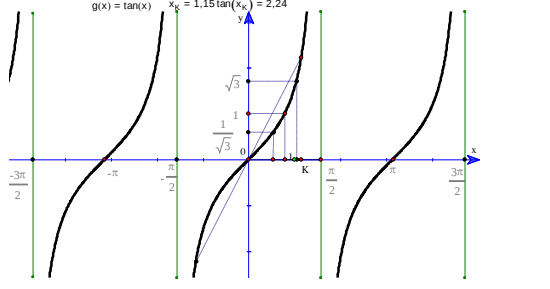
HS trả lời, **GV** chuẩn hóa kiến thức.

GV: Để vẽ được đồ thị hàm số $y = \tan x$ trên tập xác định ta thực hiện những bước nào? (Câu hỏi cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh khá giỏi).

HS Ta vẽ trên nửa đoạn $[0; \frac{\pi}{2})$ sau đó lấy thêm phần đối xứng với nó qua gốc tọa độ. Tiếp theo ta tịnh tiến sang trái, sang phải những đoạn có độ dài $\pi; 2\pi; 3\pi; \dots$

GV: Giáo viên chuẩn hoá kiến thức (nếu cần).

GV: Xác định bảng biến thiên trên $[0; \frac{\pi}{2})$? (Chủ định dành cho học sinh trung bình trả lời) HS trả lời bảng bên.	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td></tr><tr><td>$y = \tan x$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	$\frac{\pi}{2}$	$y = \tan x$	0	$+\infty$
x	0	$\frac{\pi}{2}$					
$y = \tan x$	0	$+\infty$					

GV: Xác định bảng biến thiên trên bảng giá trị trên $[0; \frac{\pi}{2})$ (chủ định dành cho học sinh yếu kém)	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{\pi}{6}$</td><td>$\frac{\pi}{4}$</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td></tr><tr><td rowspan="4">$y = \tan x$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>$\sqrt{3}$</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$y = \tan x$					$+\infty$				$\sqrt{3}$				1				$\frac{1}{\sqrt{3}}$					0				
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$																													
$y = \tan x$					$+\infty$																													
				$\sqrt{3}$																														
			1																															
		$\frac{1}{\sqrt{3}}$																																
	0																																	
Xác định các điểm đặc biệt trên hệ trục tọa độ(lưu ý đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$)																																		

GV: HS nhận xét:

(chủ định dành cho học sinh yếu kém, trung bình, khá giỏi theo thứ tự ý 1, 2, 3), sau đó giáo viên chuẩn hoá (nếu cần).

HS khi x thay đổi, hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$. Đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

GV giải thích từ “tiệm cận”?

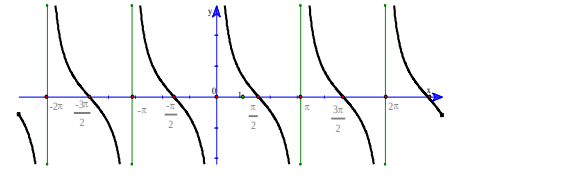
Đồ thị nhận các đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ làm các đường tiệm cận.

d) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số $y = \cot x$

GV: Hãy nêu tập xác định, chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$?

(Câu hỏi cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh yếu kém)

HS tập xác định $D_2 = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$, hàm số tuần hoàn với chu kì π .

GV: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của nó tương tự như hàm số $y = \tan x$. (bảng bên)	
--	--

GV: Cho học sinh nhận xét về đồ thị của hàm số $y = \cot x$? (Câu hỏi cho cả lớp xong chủ định dành cho học sinh trung bình)

HS khi x thay đổi, hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$. Đồ thị nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng. Đồ thị nhận các đường thẳng $x = k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ làm các đường tiệm cận.

❖ **Củng cố:**

Phát phiếu học tập số 02

Điền những từ còn thiếu vào chỗ “...” sao cho phù hợp:

- 1) Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là, tập giá trị là
- 2) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là, tập giá trị là
- 3) Hàm số $y = \tan x$ là hàm số....., nhận làm tâm đối xứng.
- 4) Hàm số $y = \cot x$ là lẻ, nhận gốc toạ độ làm
- 5) Hàm số $y = \cot x$ và $y = \tan x$ là hàm số với chu kì
- 6) Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên mỗi khoảng
- 7) Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng
- 8) Đồ thị hàm số $y = \tan x$ nhận mỗi đường thẳng làm một đường tiệm cận.
- 9) Đồ thị hàm số $y = \cot x$ mỗi đường thẳng $x = k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ làm
- 10) Trên khoảng $(\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4})$ hàm số $y = \tan x$ là biến, trên khoảng $(\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4})$ hàm số $y = \cot x$ là biến.

❖ **Ra bài tập phân hóa về nhà:**

+ Bài tập ra chung cho cả lớp:

Hãy lập bảng để so sánh giữa các hàm số

$y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$.

+ Bài tập dành cho học sinh yếu kém và trung bình: Bài 4 (Tr.14 SGK).

+ Bài tập dành cho học sinh khá giỏi: Ví dụ (Tr.15 SGK),

Bài tập ra thêm

Phân chung cho cả lớp): Ôn phần phép biến đổi đồ thị ở lớp 10.

Phần dành cho học sinh yếu kém) : Vẽ đồ thị các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$.

Phần dành cho học sinh trung bình) : Bài 1.10 (Tr 8 SBT).

Phần dành cho học sinh khá giỏi) : Bài 1.12 (Tr.8 SBT),

LUYỆN TẬP (1 tiết)

A. MỤC TIÊU

1. Kiến thức:

✎ *Cơ bản.*

- + Giúp học sinh củng cố kiến thức về các tính chất chẵn-lẻ, tính chất tuần hoàn và tập giá trị của hàm số.
- + Củng cố cho học sinh bài tập về đồ thị của hàm số lượng giác.

✎ *Nâng cao.*

- + Xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất(nếu có) của hàm số lượng giác.
- + Vẽ đồ thị của hàm số được suy ra từ đồ thị hàm số có liên quan.
- + Từ đồ thị đọc được các tính chất, xác định được biểu thức của hàm số, ...

2. Kỹ năng:

✎ *Cơ bản.*

- + Giải được các bài về sự biến thiên của các hàm số lượng giác.
- + Mối liên hệ giữa đồ thị và tính chất của hàm số lượng giác.

✎ *Nâng cao.*

- + Giải được một số bài toán liên quan tới thực tiễn về tính tuần hoàn và chu kì.

3. Tư duy:

- + Phát huy trí tưởng tượng, khả năng tái hiện, khả năng tư duy phân tích, ...
- + Phát triển tư duy sáng tạo, tư duy khái quát hoá.
- + Phân biệt được các khái niệm và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.

4. Thái độ:

- + Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập.
- + Có thái độ nghiêm túc và tinh thần hợp tác trong các hoạt động học tập.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

✎ *Về giáo viên:*

- + Giáo án; máy vi tính; máy chiếu projector; máy hút(nếu có); bảng phụ, ...
- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi(bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- + Mô hình đường tròn lượng giác với các trục sin cosin, thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS, ...

✎ *Về học sinh:*

- + Bảng phụ(nhỏ); máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phấn viết bảng; sách giáo khoa,...
- + Ôn lại những kiến thức có liên quan như công thức biến đổi lượng giác, tính chẵn lẻ, tính tiến đồ thị,

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

❖ Ôn định lớp: 1'

❖ Tiến trình bài học:

Phân dạng bài tập và tổ chức hoạt động giải bài tập cho học sinh.

Dạng1: *Tìm tập xác định và giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.*

Kiểm tra bài cũ:

Cho các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ Hãy nêu tập xác định, tập giá trị, tính tuần hoàn, chu kì?

Câu hỏi chung cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh yếu kém, trung bình. GV chuẩn hóa lại kiến thức.

Bài tập số 1

a) Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau (phát phiếu học tập số 01):

$$1. y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$3. y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$$

$$2. y = \sqrt{\sin x - 1}$$

$$4. y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

GV có thể sử dụng bảng phụ, máy chiếu, phiếu học tập. Sau khoảng 3'-5', cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số.

Phiếu học tập số 02

GV: Sử dụng bảng phụ (chiếu đề bài lên phong).

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của mỗi hàm số sau:

$$1) y = \sin x \text{ trên } [0; \pi]$$

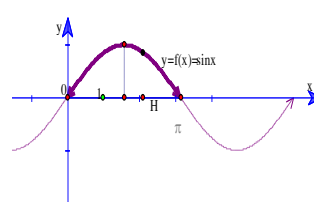
$$2) y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3.$$

$$3) y = \sin x \text{ trên đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right].$$

$$4) y = 4\sin\sqrt{x}$$

-Dành cho học sinh yếu kém, trung bình

1) hình vẽ



+ Giá trị lớn nhất là 1 khi $x = \frac{\pi}{2}$.

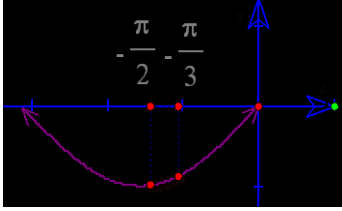
+ Giá trị nhỏ nhất là 0 khi $x = 0$.

2) Do $-1 \leq \cos x \leq 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên:

+Giá trị lớn nhất là 5 khi $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

+Giá trị nhỏ nhất là 1 khi

$x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

ý 1),2) -Dành cho học sinh khá giỏi 3),4) + Có thể sử dụng mô hình động để kiểm chứng. + Giáo viên <u>ghi nhớ</u> cho học sinh: Có thể sử dụng đồ thị để xét, đánh giá trực tiếp. Từ tập giá trị cũng có thể suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất,	3) hình vẽ  + Giá trị lớn nhất là $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ khi $x = -\frac{\pi}{3}$. + Giá trị nhỏ nhất là -1 khi $x = -\frac{\pi}{2}$. 4) + Giá trị lớn nhất là 4 khi $x = (\frac{\pi}{2} + 2k\pi)^2, k = 0, 1, 2, \dots$ + Giá trị nhỏ nhất là -4 khi $x = (-\frac{\pi}{2} + 2k\pi)^2, k = 0, 1, 2, \dots$ + <u>Ghi nhớ</u>: Sử dụng đường tròn lượng giác, đồ thị và đánh giá để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
--	---

Dạng 2: Tính chẵn lẻ của hàm số.

GV: Nêu cách xác định hàm số là chẵn, lẻ? Sau đó giáo viên chuẩn hóa kiến thức.

Bài tập số 2 Xét tính chẵn, lẻ của mỗi hàm số sau:

1. $y = \tan|x|$

2. $y = \tan x - \sin 2x$

3. $y = \cos(x - \frac{\pi}{4})$

4. $y = 4\sin\sqrt{x}$

Chủ định học sinh yếu kém trả lời ý₂ (Sau khoảng 3').

Học sinh trung bình trả lời ý, học sinh khá giỏi trả lời ý_{3,4}.

GV gọi 1-2 học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa (nếu cần), động viên học sinh trả lời đúng.

Ghi nhớ: Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D chứa

+ Nếu $-x \notin D$ thì hàm số đó không chẵn, cũng không lẻ.

Dạng 3: Tính tuần hoàn, chu kì.

GV: Hãy nêu cách xác định tuần hoàn, chu kì của hàm số?

Gọi 1 học sinh yếu kém nhắc lại, giáo viên chuẩn hóa kiến thức?

Sử dụng phiếu học tập(4-6 nhóm có phân loại đối tượng nhận thức).

Sau khoảng 4', gọi 1 học sinh ở mỗi đối tượng trả lời, 1-2 học sinh khác nhận xét, cuối cùng giáo viên chuẩn hóa kiến thức(nếu cần). Ở đây giáo viên có thể gợi ý, giải thích những thắc mắc của học sinh, có thể sử dụng chiếu lên phòng.

Ghi nhớ: Nếu tìm được số tuần hoàn T thì ta có thể tìm được chu kì của hàm số.

Dạng 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

Bài tập số 5(bài 13 Tr 17 SGK)

Xét hàm số $y = f(x) = \cos \frac{x}{2}$.

a) Chứng minh rằng với mỗi số nguyên k , $f(x + k4\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

b) Lập bảng biến thiên của hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

c) Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ và $y = \cos \frac{x}{2}$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

d) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét phép biến hình F biến mỗi điểm $(x; y)$ thành điểm $(x'; y')$ sao cho $x' = 2x$; $y' = y$. Chứng minh rằng F biến đồ thị của hàm số $y = \cos x$

thành đồ thị hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$.

d) Sử dụng mô hình động (tiết 5-911)-bài tập về nhà.

a) Ta có

$$\cos\left(\frac{x+k4\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{x}{2} + k2\pi\right) = \cos \frac{x}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$$

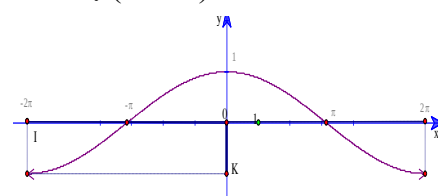
Từ đó

$$f(x + k4\pi) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

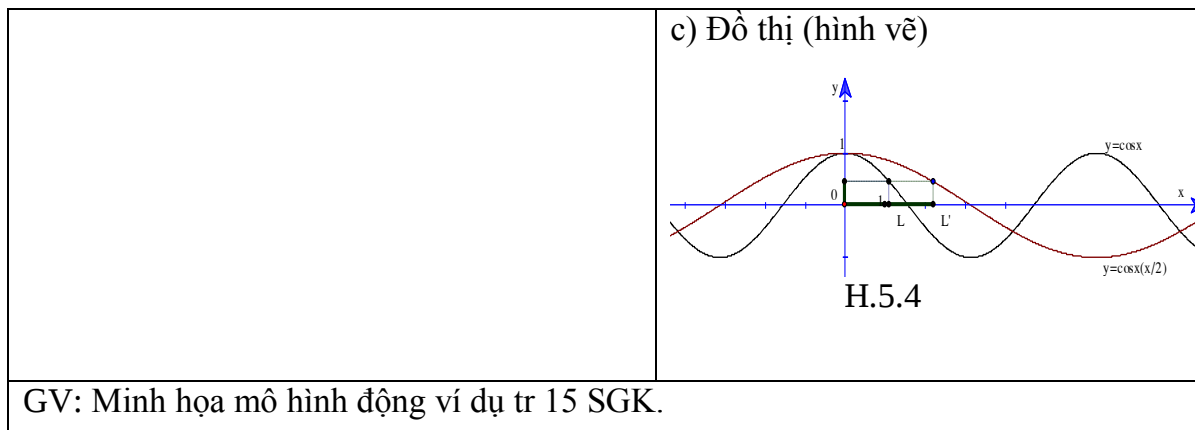
b) Bảng biến thiên $y = \cos \frac{x}{2}$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

x	-2π	$-\pi$	0	π	2π
$\frac{x}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos \frac{x}{2}$	-1	0	1	0	-1

Đồ thị (H.5.3)



H.5.3



❖ Củng cố: 3'

Phiếu học tập

Trả lời đúng-sai trong các khẳng định sau:

- Hàm số $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$ xác định khi $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Hàm số $y = \sin x$ trên $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ có giá trị lớn nhất là 0 khi $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và giá trị nhỏ nhất là -1 khi $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $[a; b]$ thì hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên đó.
- Hàm số $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ là hàm số lẻ.
- Hàm số $y = 2 \sin 2x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
- Hàm số $y = 2 + 2,5 \sin[2\pi(x - \frac{1}{4})]$ giá trị lớn nhất là 4,5. Giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{2}$.
- Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = \sin x$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = -\sin x$.
- Đồ thị hàm số $y = |\sin x|$ gồm 2 phần:
 - + Phần 1: Để nguyên phần đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên trục hoành.
 - + Phần 2: Lấy đối xứng phần dưới trục hoành của đồ thị hàm số $y = \sin x$ lên trên trục hoành.
- Đồ thị hàm số $y = \sin|x|$ gồm 2 phần:
 - + Phần 1: Để nguyên phần đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên trục hoành.
 - + Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục tung.

10. Đồ thị hàm số $y = \cos x$ tịnh tiến theo phương trục tung lên trên 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = \cos x + 2$.

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

Phần chung cho cả lớp : Bài 4, 11, 12.

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 6, 7.

phần dành cho học sinh trung bình : Bài 8.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 10, bài đọc thêm tr.15.

Bài tập ra thêm

+ Chung cho cả lớp: 1.16

+ Dành cho học sinh yếu kém: 1.18

+ Dành cho học sinh trung bình: 1.19

+ Dành cho học sinh khá giỏi: 1.15 (SBT tr 9).

§2 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN(4 tiết)

A. MỤC TIÊU

Kiến thức:

✎ Cơ bản.

+ Hiểu được phương pháp xây dựng công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$ và $\cot x = m$ (sử dụng đường tròn lượng giác, các trục sin, cosin, tang, cotang và tính tuần hoàn của nó).

+ Nắm vững được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

☞ Nâng cao.

+ Mối quan hệ giữa số nghiệm phương trình và đồ thị với số giao điểm đồ thị của chúng.

Kĩ năng:

✎ Cơ bản.

+ Biết vận dụng thành thạo công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

+ Biết cách biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác trên đường tròn lượng giác.

☞ Nâng cao.

+ Vận dụng công thức nghiệm để giải phương trình dạng, đưa về dạng $\sin P(x) = \sin Q(x)$.

+ Tìm nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước.

3. Tư duy:

- + Biết khái quát hoá, tư duy sáng tạo, tư duy logic.
- + Biết quy lạ về quen.

4. Thái độ:

- + Tự giác, tích cực tham gia vào các hoạt động nhóm, có ý thức xây dựng bài.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

☞ Về giáo viên:

- + Giáo án; máy vi tính; máy chiếu projector; máy hút(nếu có); bảng phụ, ...
- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi(bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- + Mô hình đường tròn lượng giác với các trục sin cosin, thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS, ...

☞ Về học sinh:

- + Bảng phụ(nhỏ); máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phấn viết bảng; sách giáo khoa,...
- + Ôn lại những kiến thức có liên quan như công thức biến đổi lượng giác, tính chất và đồ thị hàm số $y = \sin x$

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

Tiết 1

Vào bài (Xét bài toán tr 19 SGK).

Trong thực tế, có nhiều bài toán dẫn đến việc giải phương trình có dạng: $\cos x = m$, $\sin x = m$, $\tan x = m$, $\cot x = m$ với $x \in \mathbb{R}$. Đó là các phương trình lượng giác cơ bản.

1. Phương trình $\sin x = m$

a) Xét phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$.

GV: Phát phiếu học tập số 01

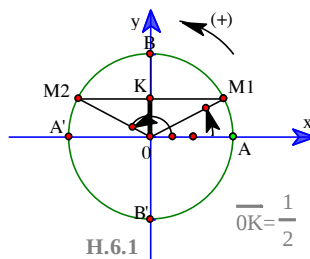
Trong các giá trị của x sau

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{6}$ d) 30° e) $\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ f) $\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

giá trị nào của x thỏa mãn đẳng thức $\sin x = \frac{1}{2}$ (1)?

+ Đáp án đúng b); c); d); e); f).

GV: Hãy tìm các nghiệm của (1)? Cho hình vẽ(H.6.1)



GV: Hàm sin có tuần hoàn? Chu kì? Xác định số đo cung có sin của cung đó là $\frac{1}{2}$?

HS ta có đ AM là $\frac{\pi}{6} + k2\pi$, Sđ AM là $\frac{5\pi}{6} + k2\pi$, Sđ AM bằng sđ của góc x .

GV giải thích “họ nghiệm”.

Ghi nhớ: Nếu ta biết 1 nghiệm của phương trình thì ta có hai họ nghiệm, mỗi $k \in \mathbb{Z}$ cho ta một nghiệm của (1).

Ta thấy $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ nên có $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$.

b) Xét phương trình $\sin x = m$ (I).

GV: Cho biết tập xác định và tập giá trị của hàm số $\sin x$?

TXĐ: $\mathbb{R}$, TGT: $[-1;1]$

GV: Kết luận gì về đẳng thức ?

$|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm, $|m| \leq 1$ thì phương trình vô nghiệm.

Nếu α là một nghiệm của phương trình (I), nghĩa là $\sin \alpha = m$ thì

$$\sin x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \quad (I_a)$$

Chú ý: (I_a) có hai họ nghiệm, α (rad).

+ Giả sử $x = \alpha + k2\pi$ tức là $x \in \{\alpha; \alpha \pm 2\pi; \alpha \pm 4\pi; \dots\}$

Phiếu học tập số 02 (có thể phát phiếu hoặc chép đề lên bản)

Giải phương trình

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

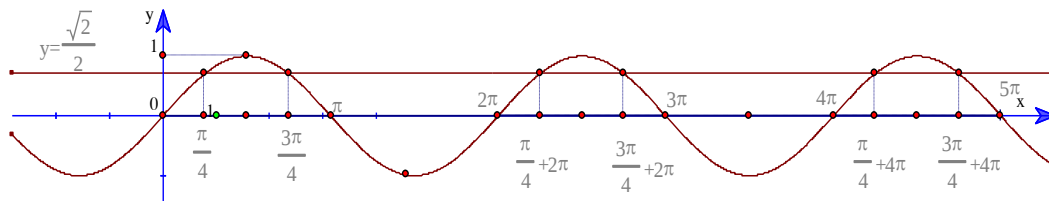
b) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sin x = \frac{2}{3}$

Chủ định

✧Dành cho HS yếu kém 2a). HS trung bình 2b). HS khá giỏi 2c).

Sau khoảng 1'-2', gọi 3 học sinh thuộc 3 đối tượng nêu bảng làm. Tiếp theo cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hoá kiến thức dựa vào đường tròn lượng giác (nếu cần).



H.6.1

Chú ý:

GV trong công thức (I_a), ta xét đặc biệt khi $m=0, m=1, m=-1$?

HS trả lời, GV chuẩn hóa kiến thức

GV nêu khái niệm số arcsinm(ác-sinm)

Với mỗi $m \in [-1;1]$, phương trình $\sin x = m$ có đúng một nghiệm $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, kí

hiệu là arcsinm, đọc là ác-sin m. Khi đó $\sin x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin m + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi \end{cases}$.

GV: Khái quát hóa(I_a).

Nếu có hai số thực α và số β mà $\sin \alpha = \sin \beta \Leftrightarrow \beta = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $\Leftrightarrow \alpha = \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

GV: Một học sinh (chủ định học sinh yếu kém) hãy nhắc lại công thức nghiệm(I_a)?

GV: Cho ví dụ: Tìm x để $\sin(2x - \frac{\pi}{5}) = \sin(\frac{\pi}{5} + x)$ (cho cả lớp, GV có thể gợi ý cho

HS yếu kém)

❖ Củng cố

Phiếu học tập số 03

Hãy chọn phương án đúng trong các khẳng định sau:

1. Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ luôn có nghiệm x.
2. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ tại hai điểm có hoành độ $x = -\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{5\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.
3. Phương trình $\sin x = \frac{3}{2}$ vô nghiệm.
4. Đồ thị hàm số $y = \sin x$ luôn cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ tại hai điểm có hoành độ $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

5. Phương trình $\sin x = \cos x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
6. Phương trình $\sin(90^\circ - x) = 1$ có nghiệm $x = k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
7. Tổng các nghiệm $x \in (0; 5\pi)$ của phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là 15π .
8. Phương trình $2\sin x = -1$ có nghiệm
- $$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$
9. Phương trình $3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-180)\right] = 0$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$ có nghiệm $t = 1$.
10. Phương trình $\sin x = \cos x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Sau khoảng 3'-5', học sinh cho kết quả và giáo viên chuẩn hóa kiến thức

Ra bài tập phân hoá về nhà:

Phần chung : 15a; 16a; 17; $\boxed{H_4}$

Phần dành cho học sinh yếu kém : 14a; 23a;

phần dành cho học sinh trung bình : 14b; 16b;

Phần dành cho học sinh khá giỏi : 25; 26;

Bài tập ra thêm:

+ Bài đọc thêm trang 30 SGK: Sử dụng máy tính bỏ túi để tìm một góc khi biết một giá trị lượng giác của nó (*cả lớp*).

+ Chứng tỏ rằng: Nếu hàm số $y = f(x)$ là một hàm số tuần hoàn với chu kỳ T_0 và x_0 là 1 nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ thì phương trình đó có nghiệm là $x = x_0 + k.T_0, k \in \mathbb{Z}$ (*HS yếu kém*).

+ Biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ trên đường tròn lượng giác (*HS trung bình*).

+ Tìm t biết $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{50}t\right) = -\frac{2}{3}$ (*HS khá giỏi*).

§ 2 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Tiết 2

2. Phương trình $\cos x = m$

GV: phát phiếu học tập số 01

+ Hãy nêu cách giải phương trình ẩn x của $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = m$?

+ Hãy so sánh $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ với $\cos x$?

+ Cho biết tập xác định và tập giá trị, chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cos x$?

+ Phương trình $\cos x = \frac{3}{2}$ có nghiệm hay không?

+ Phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm hay có nghiệm khi $|m| > 1$?

+ Nếu α là một nghiệm của phương trình $\cos x = m$ ($|m| \leq 1$) thì $-\alpha$ có là nghiệm của phương trình đó hay không?

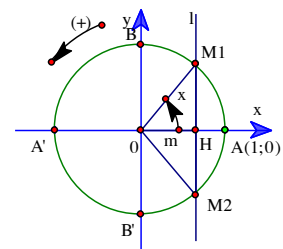
+ Mỗi $m \in [-1; 1]$ thì phương trình $\cos x = m$ luôn có nghiệm đúng hay sai?

HS trả lời, sau đó GV nhận xét và chuẩn hóa kiến thức nếu cần.

GV: Xét phương trình $\cos x = m$ (II)

Hãy tìm tất cả các nghiệm của (II)?

Cho đường tròn lượng giác, với mỗi $m \in [-1; 1]$ hãy xác định điểm H trên trục cosin sao cho $\overline{OH} = m = \cos x$ (H.7.1) với m là một số cho trước.



H.7.1

HS: (II) xác định với mọi x , vô nghiệm khi $|m| > 1$, có nghiệm khi $|m| \leq 1$. Với mỗi $m \in [-1; 1]$, $\overline{OH} = m$

GV: khi $m \neq \pm 1$ thì có bao nhiêu số $AM = x$?

GV: Như vậy số đo cung lượng giác số $AM1$ và số đo cung lượng giác số $AM2$ là tất cả nghiệm của phương trình (II).

+ Nếu α là một trong các nghiệm đó, khi đó nghiệm của (II) là $\alpha + k2\pi$ và $-\alpha + k2\pi$.

GV: Công thức nghiệm của (II).

Nếu α là một nghiệm của phương trình, nghĩa là $\cos \alpha = m$ thì

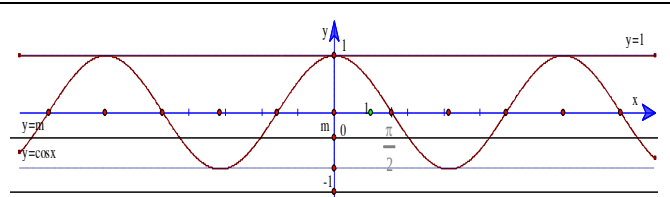
$$\cos x = m \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \quad (II_a)$$

Ghi nhớ: Cách giải phương trình dạng $\cos x = m$

Thứ nhất: chọn được một giá trị α sao cho $\cos \alpha = m$, tức là có $\cos x = \cos \alpha$.

Thứ hai: áp dụng công thức (II_a).

GV: Vẽ đồ thị hàm số $y = \cos x$ và đường thẳng $y = m$ trên cùng hệ trục tọa độ (H.7.2).
+ Kết luận gì? về số giao điểm của chúng.



H.7.2

GV hãy xét đặc biệt của công thức (II_a)

HS phát biểu, GV nhận xét và chuẩn hóa kiến thức.

GV khi m không phải là giá trị của giá trị lượng giác của cung đặc biệt thì ta giải quyết phương trình $\cos x = m$?

GV kí hiệu là $\arccos m = \alpha$ với $\alpha \in [0, \pi]$, (đọc là ác-côsin m). Tức là $\cos x = m \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

+ Nếu α, β là hai số thực mà $\cos \alpha = \cos \beta \Leftrightarrow \alpha = \pm \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $\Leftrightarrow \beta = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(có thể ta coi α là P(x); β là Q(x)).

❖ Củng cố:

Phiếu học tập số 02

Giải các phương trình sau

2a) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2b) $\cos \frac{\pi}{50} x = -\frac{2}{3}$.

2c) $\cos(2x+1) = \cos(2x-1)$

2d) $\cos x = \frac{1}{2}$ với $x \in (0; 4\pi)$.

Chủ định 2a, 2b (dành cho HS trung bình, yếu kém). 2c, 2d (dành cho HS khá giỏi)

GV: Cho 4 học sinh tương ứng lên bảng giải, giáo viên có thể gợi ý cho những học sinh chưa rõ, học sinh yếu kém. Sau khoảng 3'-5' cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần), động viên những học sinh làm tốt.

Ghi chú: Nhận dạng và thể hiện được phương trình lượng giác cơ bản $\cos x = m$. Trong trường hợp cụ thể, tổng quát, đặc biệt.

- + Giải được phương trình dạng $\cos Q(x) = \cos P(x)$.
- + Có thể minh hoạ được nghiệm bằng đồ thị.
- + Tìm nghiệm phương trình thoả mãn điều kiện nào đó?

❖ **Ra bài tập phân hoá về nhà**

- Phần chung : 14c; 15c; 15d.
 Phần dành cho học sinh khá giỏi : 16b.
 Phần dành cho học sinh trung bình : 16a.
 Phần dành cho học sinh yếu kém : 14d.

Bài tập ra thêm

Giải các phương trình sau:

- a. $\cos(2x+1) = \cos(2x-1)$ (học sinh yếu kém)
 b. $2\cos 2x - \sqrt{2} = 0$ (học sinh trung bình)
 c. $\cos^2 2x - \sin 2x = 1$ (học sinh khá giỏi)

Tiết 3

3. Phương trình $\tan x = m$ (III).

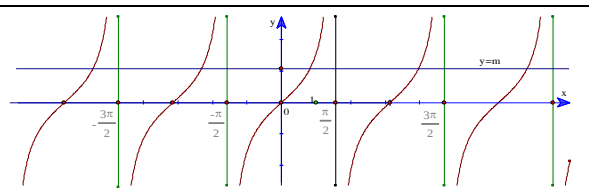
GV: Câu hỏi cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình.

Cho biết tập xác định và tập giá trị của hàm số $y = \tan x$?

HS TXĐ: $D = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right)$, TGT: $\mathbb{R}$

Cho hình vẽ H.8.1

Hãy cho biết số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \tan x$ và đường thẳng $y = m$? và cho biết số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \tan x$ và đường thẳng $y = m$ (trên một chu kì)?



H.8.1

HS có vô số giao điểm, trên mỗi một chu kì của hàm số $y = \tan x$, chúng có một giao điểm.

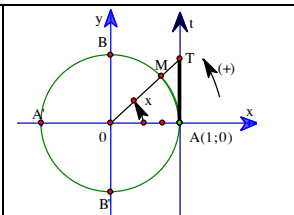
GV: Với mỗi m , phương trình $\tan x = m$ luôn có nghiệm hay không?

HS Phương trình $\tan x = m$ luôn có nghiệm khi x thay đổi thuộc D .

GV Từ hình vẽ H.8.2

Xác định điểm T: $\overline{AT} = m$. HS đường thẳng OT cắt đường tròn lượng giác tại $M_1; M_2$.

GV: số đo của một trong hai số AM_1, AM_2 là α . Khi đó số đo các cung lượng giác AM_1, AM_2 là $\alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$



H.8.2

Ta có $\tan AM_1 = \tan AM_2 = \overline{AT} = m$.

GV: Nếu α là một nghiệm của (III), tức là $\tan \alpha = m$ thì

$$\tan x = m \Leftrightarrow x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad (\text{III}_a)$$

Ghi nhớ: Công thức (III_a), ta phải xác định được số thực α sao cho $\tan \alpha = m$, tức có $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Sau đó kiểm tra xem có thỏa mãn điều kiện đầu bài hay không?

Phiếu học tập số 01

Giải các phương trình

$$1) \tan x = -1 \quad 2) \tan 2x = \tan x \quad 3) \tan 2x = \frac{2}{3}.$$

Chủ định: HS yếu kém 1, HS trung bình 2, HS khá giỏi ý 3.

GV: khoảng 3'-5' gọi học sinh

trình bày. Cuối cùng Giáo viên chuẩn hóa kiến thức.

Có thể sử dụng phiếu học tập, bảng phụ, ...)

Chú ý:

+ Với mỗi $m \in \mathbb{R}$. Phương trình $\tan x = m$, có đúng một nghiệm $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. Người

ta kí hiệu là $\arctan m$ (đọc là ác-tang m). Khi đó (III_a) viết được:

$$\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

+ Nếu α, β là hai số thực và tồn tại $\tan \alpha, \tan \beta$ thì:

$$\tan \alpha = \tan \beta \Leftrightarrow \beta = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

❖ **Củng cố**

Phiếu học tập số 02 (trả lời đúng - sai)

Câu 1: Cho phương trình $\tan x = m$

a) Có TXĐ là $\mathbb{R}$.

b) Có nghiệm khi $|m| \leq 1$.

- c) TXĐ là $\left[\frac{\pi}{2}; \pi \right)$. d) TGT là $\mathbb{R}$.

Câu2: Các khẳng định sau có đúng không?

- a) Nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- b) Nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- c) Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan 2x$ là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- d) $x = -60^\circ + k.180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình $\tan x = -\sqrt{3}$.
- e) Phương trình $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ có nghiệm $x = \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chủ định: Cho khá giỏi: d,e; trung bình, yếu kém: câu1 và câu2: ý a,b,c
GV sau khoảng 3'-5', GV yêu cầu học sinh cho kết quả và chuẩn hóa kiến thức.

❖ **Ra bài tập phân hoá về nhà:**

- Phần chung : Bài 19a,b; 21,23c.
Phần dành cho học sinh yếu kém : 18a.
Phần dành cho học sinh trung bình : 18f.
Phần dành cho học sinh khá giỏi : 22.
(SGK tr 29, 30)

Bài tập ra thêm:

Dành cho học sinh yếu kém:

1. Cho phương trình sau: $\tan x = -1$.
a) Tìm điều kiện xác định .
b) Giải phương trình trên.
c) Tìm nghiệm của phương trình thuộc $(-\pi; \pi)$ bằng đồ thị .

Dành cho học sinh trung bình:

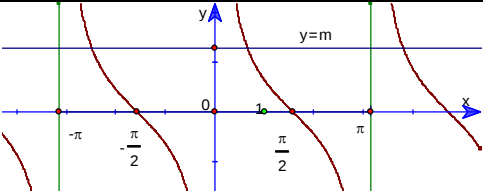
2. Cho phương trình sau: $\tan 3x = \tan \frac{3\pi}{5}$.
a) Tìm điều kiện xác định .
b) Giải phương trình trên.
c) Tìm nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

Dành cho học sinh khá giỏi:

3. Cho phương trình sau: $\cot 3x = \tan \frac{3\pi}{5}$.
a) Giải phương trình trên.
b) Tìm nghiệm của phương trình thuộc $(0; \pi)$.

§ 2 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Tiết 4

GV: Nêu TXĐ, TGT, chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$.? Cho hình vẽ H.9.1	 H.9.1
---	---

HS TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$, TGT: $\mathbb{R}$, Hàm tuần hoàn với chu kì π

GV: Xác định số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cot x$ và đường thẳng $y = m$ (hằng số cho trước):

- Trên một chu kì, Trên tập xác định

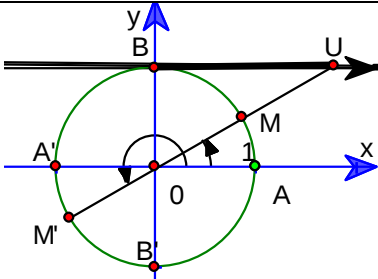
HS Có đúng một nghiệm, Có vô số nghiệm.

GV: Với mỗi số thực m phương trình $\cot x = m$ luôn có nghiệm.

Như vậy, với mỗi số thực m phương trình $\cot x = m$ luôn có nghiệm hay không?

Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình. Sau khi học sinh trả lời, giáo viên chuẩn hoá lại kiến thức.

4. Phương trình $\cot x = m$ (IV)

Từ hình vẽ: H.9.2 GV tương tự đối với phương trình $\tan x = m$. GV: hãy nêu công thức nghiệm của phương trình $\tan x = m$? Sau đó GV chuẩn hóa công thức nghiệm.	 H.9.2
--	---

GV: Nếu α không là giá trị lượng giác đặc biệt thì ta có thể sử dụng máy tính bỏ túi,... Để tìm giá trị ngược của cotang.

Chú ý

+ Nếu $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

+ Tổng quát $\cot P(x) = \cot Q(x) \Leftrightarrow P(x) = Q(x)$ với $\sin P(x) \cdot \sin Q(x) \neq 0$.

+ $\exists! \alpha \in (0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$, để $\text{arccot} m = \alpha$ ($\text{arccot} m$: đọc là ác- côtang m).

Khi đó $\cot x = m \Leftrightarrow x = \text{arccot} m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phiếu học tập số 1

Giải các phương trình sau:

a) $\cot 3x = 1$ và xác định điểm cuối trên đường tròn lượng giác.

(dành cho HS yếu kém)

b) $\cot x = \frac{1}{3}$. (HS trung bình)

c) $\cot \frac{2x+1}{6} = \tan \frac{1}{3}$. (HS khá giỏi)

Cho 3 học sinh lên bảng làm, giáo viên có thể gợi ý cho học sinh trung bình. Sau đó cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hoá.

5. Một số điều cần lưu ý

+ Sử dụng máy tính bỏ túi khi biết giá trị của m tính được giá trị $\arcsin m$, $\arccos m$ (với mỗi $m \in [-1;1]$) và $\arctan m$, $\operatorname{arccot} m$.

+ Giá trị của $\arcsin m$, $\arccos m$ (với mỗi $m \in [-1;1]$) và $\arctan m$, $\operatorname{arccot} m$ là những giá trị thực.

Ví dụ: $\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$, không viết $\arctan 1 = 45^\circ$.

+ Mở rộng: Các phương trình có chứa biểu thức $\sin$, $\cos$, $\tan$,... của những góc(cung) lượng giác mà theo độ thì vẫn gọi là những phương trình lượng giác

Ví dụ: $\sin(x+20^\circ) = \frac{1}{2}$, $\tan(x-15^\circ) = 1$,... là những phương trình lượng giác.

Chú ý: - Được áp dụng những công thức nghiệm

- Trong công thức nghiệm hoặc chỉ theo radian hoặc chỉ theo độ

Ví dụ: $x = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Nhưng không viết $x = 30^\circ + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ Củng cố:

Phiếu học tập số 02

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \cot x$ có TXĐ là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $y = \cot x$ có TXĐ là $[-1;1]$.

c) Đồ thị hàm số $y = \cot x$ luôn đi qua điểm $(\frac{\pi}{2} + k\pi; 0)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

d) Đồ thị hàm số $y = \cot x$ luôn đi qua điểm $(k\pi; 0)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

e) Phương trình $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là $x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

f) Phương trình $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có đúng 2 nghiệm thuộc $(-\pi; \pi)$.

g) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

h) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ có nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

i) Phương trình $\cot(x + \frac{\pi}{4}) = \cot 2x$ vô nghiệm.

k) $x = -40^\circ - k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ là nghiệm của phương trình $\sin(3x - 15^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

l) $x = -10^\circ + k.120^\circ$ là nghiệm của phương trình $\sin(3x - 15^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

❖ **Ra bài tập phân hoá về nhà** (SGK tr 29-30)

Phần chung cho cả lớp : 18 e,f; 19b.

Phần dành cho học sinh yếu kém : 18d.

Phần dành cho học sinh trung bình : 20b.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : 21, 22.

Bài tập ra thêm:

Cho phương trình $\cot(3x - 15^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. (*)

Phần dành cho học sinh yếu kém:

a. Tìm điều kiện xác định b. Giải phương trình (*).

c. $x = -15^\circ - k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$ có là nghiệm của phương trình (*) không?

Phần dành cho học sinh trung bình:

a. Tìm điều kiện xác định. b. Giải phương trình trên.

c. Tìm nghiệm x thuộc $(0^\circ; 90^\circ)$

Phần dành cho học sinh khá giỏi: Tìm nghiệm x thuộc $(0^\circ; 90^\circ)$ của (*).

§ 2 LUYỆN TẬP (1 tiết)

A. MỤC TIÊU

Giúp học sinh

1. Kiến thức:

✎ Cơ bản.

+ Nhận được dạng và cách giải các phương trình lượng giác cơ bản.

- + Nắm vững được công thức nghiệm của phương lượng giác.
- + Biểu diễn được nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác, từ đó tìm được nghiệm khi các họ nghiệm có phần chung.

☞ **Nâng cao.**

- + Một số ứng dụng của phương trình lượng giác trong thực tiễn.
- + Tìm nghiệm của phương trình thoả mãn điều kiện cho trước.

2. Kỹ năng:

☞ **Cơ bản.**

- + Giải thành thạo các phương trình lượng giác cơ bản.
- + Biết cách giải phương trình dạng tổng quát $\sin P(x) = \sin Q(x)$.
- + Biết tìm điều kiện xác định và cách giải phương trình dạng:
 $\tan P(x) = \tan Q(x)$.

☞ **Nâng cao.**

- + Nghiệm của phương trình thoả mãn điều kiện xác định (nếu có) và thoả mãn phương trình.
- + Vận dụng được công thức biến đổi lượng giác, mối liên hệ giữa các tỉ số lượng giác để đưa phương trình đã cho về phương trình lượng giác cơ bản (tổng quát).
- + Tìm nghiệm của phương trình, khi thoả mãn một số điều kiện nào đó cho trước.

3. Tư duy:

- + Biết khái quát hóa, tư duy sáng tạo, tư duy logic và có hệ thống.
- + Biết quy lạ về quen, vận dụng công thức nghiệm trong từng trường hợp cụ thể.

4. Thái độ:

- + Tự giác, tích cực tham gia vào các hoạt động nhóm, có ý thức xây dựng bài.
- + Biết phân biệt giữa những khái niệm cơ bản và vận dụng được, vào những trường hợp cụ thể.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

☞ **Về giáo viên:**

- + Giáo án (có phân dạng bài tập); máy vi tính; máy chiếu projector; máy hút (nếu có);

bảng phụ, ...

- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi (bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- + Mô hình đường tròn lượng giác với các trục sin, cosin, thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS, ...

☞ **Về học sinh:**

- + Bảng phụ; máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phấn viết bảng; sách giáo khoa, ...

- + Ôn lại những kiến thức có liên quan như công thức biến đổi lượng giác, công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản (tổng quát).
- + Chuẩn bị bài ở nhà.

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

❖ Ôn định lớp: 1'

❖ Bài mới:

GV trả lời câu hỏi

Phương trình lượng giác cơ bản và công thức nghiệm tương ứng? (Câu hỏi dành cho cả lớp, song chủ định cho học sinh yếu kém).

GV: Gọi 1-2 HS trả lời, giáo viên chuẩn hóa lại kiến thức (nếu cần) và *ghi bảng hoặc sử dụng bảng phụ* đã chuẩn bị trước.

+ Đồng thời (1HS trung bình) hãy cho biết điều kiện xác định và điều kiện có nghiệm, vô nghiệm?

+ Sử dụng máy tính bỏ túi để xác định cung α (HS Khá giỏi).

-Khi m không là giá trị đặc biệt(HS Khá giỏi) .

-Khi m là giá trị đặc biệt (HS trung bình).

Dạng 1 (Tìm x để các biểu thức hoặc hàm số có nghĩa)

GV phát học tập số 01 (phát theo nhóm học tập có đủ các đối tượng nhận thức)

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ b) $\cos 2x - \cos x = 0$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số sau:

a) $y = \frac{\sin x - 2}{\cos 2x - \cos x}$ b) $y = \frac{1}{\sqrt{3} \cot 2x + 1}$ c) $y = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

Chủ định *khá giỏi; trung bình b; yếu kém a.*

Sau khoảng 3' -5' cho học sinh trình bày trên bảng theo đúng đối tượng (*câu 1a,b dành cho học sinh yếu kém*).

Giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

Dạng 2 (Tìm nghiệm phương trình thoả mãn điều kiện cho trước)

Câu 3. Cho phương trình $\tan 3x = \tan x$ a) Giải phương trình. (yếu kém) b) Biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác. (trung bình) c) Tìm nghiệm phương trình thuộc $[0; \frac{\pi}{2})$. (khá giỏi) Học sinh chuẩn bị khoảng 3', sau đó lên bảng trình bày theo đúng đối tượng. Tiếp theo cho học sinh sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa (nếu cần).	a) Nghiệm là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. b) Điểm cuối là điểm $A(1;0); A'(-1;0)$. c) $x = 0$. Vì $0 \leq k\pi < \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ Nên $k = 0$ hay $x = 0$ là giá trị cần tìm. H.10.1
--	---

Dạng 3. (Ứng dụng giải phương trình lượng giác trong thực tiễn)

Câu 4. (Bài 25 SGK)

+Yêu cầu học sinh:

- Nghiên cứu nội dung bài toán:

Chuyển được yêu cầu bài toán về phương trình lượng giác cơ bản (tổng quát).

- Tìm hướng giải: Đưa được về việc giải phương trình lượng giác cơ bản (tổng quát).

- Trình bày lời giải:

- Nghiên cứu sâu lời giải:

+ Hãy cho biết TGT của $\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})]$?

Từ đó xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = 2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})]$? Từ đó thiết lập được mối quan hệ giữa giải phương trình lượng giác với bài toán thực tiễn.	H.10.2.
--	----------------

a) yêu cầu bài toán tức tìm $x \geq 0$ (x tính bằng phút) để $y = -0,5$. Tức là $\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = -1$

Giải ra ta có $x = k, k \in \mathbb{Z}$. Mặt khác do $x \geq 0$. Nên $x = 0; 1; 2; 3; \dots$ Kết luận khi ở phút thứ 0; 1; 2; 3; thì chiếc gầu ở vị trí thấp nhất.

b) Tìm $x \geq 0$ (x tính bằng phút) để $y = 4,5$.

Tức phương trình $\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = 1$. Giải ra ta có $x = \frac{1}{2} + k, k \in \mathbb{Z}$, theo đầu bài $x \geq 0$ (x tính bằng phút). Nên có $k = 0; 1; 2; \dots$

Vậy tại thời điểm $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \dots$ thì gầu nước ở vị trí cao nhất.

b) Khi y bằng 2.

Hãy tìm x không âm, nhỏ nhất (dành cho về nhà).

❖ **Củng cố: Phiếu học tập số 02**

(chọn đúng sai trong các khẳng định sau)

a) Phương trình $2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = m$ luôn có nghiệm ẩn x với $\forall m \in [-1; 1]$.

b) Phương trình $2 + 2,5\sin[2\pi(x - \frac{1}{4})] = m$ luôn có nghiệm ẩn x với $\forall m \in [-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}]$.

c) Phương trình $\sin 2x = \cos 3x$ có nghiệm là $\begin{cases} x = -90^\circ + k.360^\circ \\ x = 18^\circ + k.72^\circ \end{cases}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

d) Phương trình $\sin 2x = \cos 3x$ có tổng các nghiệm thuộc $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ là $-\frac{\pi}{5}$.

e) Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có TXĐ là $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right)$.

f) Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ có TXĐ là $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{k\pi}{2} \right)$.

g) Phương trình $\tan(x + \frac{\pi}{4}) = \tan 2x$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

h) Phương trình $\tan 2x = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ là vô nghiệm.

i) Phương trình $\tan 3x = \cot x$ có đúng 8 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

k) Phương trình $\tan 3x = \cot x$ có đúng 7 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

Ra bài tập phân hoá về nhà (SGK tr 29-30)

Phần chung : Bài 16; 17; 20.

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 18; 23.

Phần dành cho học sinh trung bình : Bài 22; 26.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 24; 26.

Bài tập ra thêm (SBT tr 10)

Học sinh trung bình và yếu kém : Bài 1.20; 1.21; 1.23a; c.

Học sinh khá giỏi : 1.20c; 1.21c; 1.22; 1.24b.

§ 3 MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN (6 tiết)

A. MỤC TIÊU

Giúp học sinh nắm vững cách giải một số dạng phương trình lượng giác đơn giản.

1. Kiến thức:

✎ Cơ bản.

- + Dạng phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- + Dạng phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Dạng phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Dạng phương trình đối xứng với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Một số phương trình có thể dễ dàng quy về dạng trên (có thể thêm một vài điều kiện đơn giản).

☞ Nâng cao.

- + Sử dụng công thức biến đổi lượng giác, thể hiện được một số dạng phương trình biến đổi về phương trình nói trên.
- + Sử dụng công thức biến đổi lượng giác, thể hiện được một số dạng phương trình biến đổi về phương trình lượng giác cơ bản.

2. Kỹ năng:

✎ Cơ bản.

- + Giải thành thạo phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

☞ Nâng cao.

- + Biến đổi thành thạo một số dạng phương trình về dạng phương trình bậc nhất, bậc hai chỉ chứa một hàm số lượng giác.

3. Tư duy:

- + Khả năng tư duy đặc biệt hóa, khái quát hóa.
- + Phát huy được tư duy một cách lôgic, có hệ thống.
- + Phát triển tư duy sáng tạo, tương tự, phân tích, tổng hợp.

4. Thái độ:

- + Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, có tinh thần hợp tác, nghiêm túc và tự giác hoạt động học tập.
- + Có ý thức xây dựng bài học.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

☞ Về giáo viên:

- + Giáo án; máy vi tính; máy chiếu projector; máy hút(nếu có); bảng phụ, ...
- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi(bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- + Thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS, ...

☞ Về học sinh:

- + Bảng phụ(nhỏ); máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phấn viết bảng; sách giáo khoa,...
- + Ôn lại những kiến thức có liên quan như công thức biến đổi lượng giác, cách giải phương trình lượng giác cơ bản.

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

Tiết 1

+ Vào bài:

1) Tính giá trị của

$\sin x$; $(\sin x)^2$; $\sin^2 x$; $\sin x^2$ khi $x = \frac{\pi}{4}$. Từ đó so sánh kết quả?

2) Phương trình $\tan x = a$ có nghiệm với mọi a ?

3) Phương trình $3\cos x = a$ có nghiệm ẩn x khi $a \in [-3; 3]$?

+ Giới thiệu khái niệm phương trình bậc nhất, , bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

(Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình). Sau 3' giáo viên gọi học sinh cho kết quả và so sánh theo phương diện có bằng nhau hay không bằng bằng nhau? Giáo viên chuẩn hóa kiến thức(nếu cần).

1. Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác

a) Phương trình bậc nhất với một hàm số lượng giác

GV gọi một học sinh, hãy cho biết dạng tổng quát và cách giải của một phương trình bậc nhất.

(câu hỏi dành cho cả lớp xong chủ định dành cho học sinh yếu kém)

Sau đó giáo viên chuẩn hóa lại kiến thức (nếu cần) và định nghĩa phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác với những góc là biểu thức chứa ẩn x.

HS có thể cho học sinh lấy thêm ví dụ minh họa.

GV yêu cầu học sinh giải phương trình (1); (2).

Ví dụ₁:

$$\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0 \quad (1)$$

$$\cos(x + 30^\circ) + 2\cos^2 15^\circ = 1 \quad (2)$$

GV gọi HS yếu kém-trung bình làm (1); HS khá giỏi làm (2). Sau khoảng 3', cho nhận xét. Cuối cùng GV chuẩn hóa kiến thức.

b) Phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác

GV nêu dạng và cách giải . + Hãy lấy một số ví dụ? Ví dụ₂: $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 \quad (3)$ $\tan 3x - \cot 3x = 0 \quad (4)$ GV gọi học sinh trung bình giải (3), khá giỏi (4) trên bảng. HS nhận xét, sau đó giáo viên chuẩn hoá kiến thức.	+ Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng: $at^2 + bt + c = 0$. Trong đó $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ và t là một trong các hàm $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$. + + Phương pháp giải, Đặt ẩn phụ sao cho dễ đưa được về việc giải phương trình bậc hai. Tiếp theo là giải phương trình lượng giác cơ bản.
--	---

Lời giải (3) Đặt $\sin x = t$ (với $t \in [-1; 1]$), ta có phương trình

$$2t^2 + 5t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{2} \\ t_2 = -3 \end{cases} \text{ chỉ có } t_1 = \frac{1}{2} \text{ thoả mãn.}$$

$$\text{Phương trình } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(4) Điều kiện xác định $x \neq \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương với $\tan 3x = \cot 3x \Leftrightarrow \tan 3x = \tan(\frac{\pi}{2} - 3x)$

$\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} - 3x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z})$. Vậy nghiệm phương trình là

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

❖ **Củng cố:**

Phiếu học tập (trả lời đúng - sai)

Câu1: Phương trình $4\cos^2 x - 2(1 + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{2} = 0$ có đúng

a) 4 họ nghiệm b) 1 họ nghiệm c) 2 họ nghiệm d) 3 họ nghiệm

Câu2: Phương trình $5\tan x - 3\cot x - 2 = 0$ có đúng

a) 1 họ nghiệm b) 2 họ nghiệm c) 3 họ nghiệm d) 4 họ nghiệm

Câu3: Phương trình $a \cdot \cos x + b = 0$ luôn có nghiệm khi

a) $\forall a, b \in \mathbb{R}$ b) $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \geq b$
c) $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \leq b$ d) $a, b \in \mathbb{R}$ và $|a| \geq |b|$

Câu4: Phương trình $a \cdot \cot x + b = 0$

a) luôn có nghiệm với mọi a, b b) Vô nghiệm khi $a = 0$ và $b \neq 0$
c) Có nghiệm khi $a \neq 0$ và mọi b d) Có nghiệm khi $a = b = 0$ hoặc c)

Sau khoảng 3'-5', GV yêu cầu học sinh cho kết quả và chuẩn hóa kiến thức.

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

Phần chung : Bài 27c; 28a,c; 29c; 46c.
Phần dành cho học sinh yếu kém : 27a,b; 29b.
Phần dành cho học sinh trung bình : 28b,c; 29d.
Phần dành cho học sinh khá giỏi : 29a; 38a; 40.

Bài tập ra thêm

- Phần chung : Bài 1.25 a,b,c (SBT).
 Phần dành cho học sinh khá giỏi : 1.25 e,f (SBT)
 Phần dành cho học sinh trung bình : Làm bài ở phiếu học tập.

MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Tiết 2

Vào bài:

Ví dụ₁: Tìm x thỏa mãn $\sin x + \cos x = 1$?

Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình khá.

Học sinh yếu kém gợi mở thêm ý:

Tiếp theo giáo viên chuẩn hóa lại kiến thức.

2. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$

+ Giáo viên nêu dạng tổng quát. + Giáo viên cho học sinh lấy những ví dụ cụ thể? + Chia hai vế cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ + Chứng tỏ: $(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 + (\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 = 1$ + Có thể minh họa điểm $M(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}})$ thuộc đường tròn lượng giác? (sử dụng tam giác vuông đồng dạng)	+ Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ có dạng tổng quát: $a \sin x + b \cos x = c (*)$. Trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 > 0$. + Minh họa ví dụ₂: $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$ (3) $2 \sin 3x + \sqrt{5} \cos 3x = -3$ (4) $3 \cos x + 4 \sin x = -5$ (5) + Phương pháp giải: Phương trình (*) $\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} (\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x) = c$ Ta thấy $(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 + (\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}})^2 = 1$ Nên $\exists M(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}})$ thuộc đường tròn lượng giác (H.12.1) + Như vậy tồn tại số α để: $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ H.12.1
--	---

+ $\cos x \sin x + \cos x \sin y = ?$ + Phương trình (**) là phương trình bậc nhất đối với hàm số sin. + Xét các trường hợp đặc biệt? Cho biết cách giải?	Vậy: $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$. Việc giải phương trình (*) được đưa về giải phương trình $\sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha) = c$ (**) Chú ý: + Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow c^2 \leq a^2 + b^2$. + Theo phép biến đổi trên, chọn β sao cho $\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{thì} \quad \text{có}$ $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \beta).$ + Cách giải phương trình (*) chính là đi giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số sin, cosin.
+ Kiểm nghiệm ví dụ₁. + Áp dụng giải ví dụ₂. Sau khoảng 5' cho hai học sinh khá lên bảng trình bày. Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh yếu kém các bước làm, giáo viên chuẩn hóa kiến thức và cho ghi các bước làm. + Tính được giá trị β.	(3) $\Leftrightarrow 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x\right) = 1$ $\Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ (4) $\Leftrightarrow 3\left(\frac{2}{3} \sin 3x + \frac{\sqrt{5}}{3} \cos 3x\right) = -3$ $\Leftrightarrow \sin \beta \sin 3x + \cos \beta \cos 3x = -1$ với $\sin \beta = \frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\Leftrightarrow \sin(3x + \beta) = -1$ $\Leftrightarrow 3x + \beta = \pi + k2\pi \quad \text{Hay} \quad x = \frac{\pi + \beta}{3} + k \frac{2\pi}{3}$ $(k \in \mathbb{Z}).$ Vậy nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi + \beta}{3} + k \frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

❖ **Củng cố:**

+ *Giáo viên yêu cầu học yếu kém nhắc lại cách giải phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.*

+ **Phiếu học tập** (theo nhóm: bàn)

chọn phương án đúng-sai

Câu 1. Phương trình $\sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm là:

a) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Hàm số $y = a \sin x + b \cos x$ với $a^2 + b^2 > 0$ có

a) Giá trị lớn nhất là: $\sqrt{a^2 + b^2}$

b) Giá trị nhỏ nhất là: $-\sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 3. Phương trình $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x = m$ có nghiệm khi $m \in [-3; 3]$.

Câu 4. Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ với $a^2 + b^2 > 0$ có nghiệm ẩn x khi và chỉ khi:

a) $c^2 > a^2 + b^2$

b) $c^2 \leq a^2 + b^2$

c) $c^2 \geq a^2 + b^2$

d) $c^2 < a^2 + b^2$.

Câu 5: Phương trình $2\sin x - \cos x = 3$ có:

a) 1 họ nghiệm

b) 2 họ nghiệm

c) 4 họ nghiệm

d) Vô nghiệm.

Sau khoảng 5', GV yêu cầu học sinh cho kết quả, có nhận xét về kết quả và chuẩn hóa kiến thức.

❖ **Bài tập phân hóa về nhà**

Phần chung

: Bài 30 b; 48;

Phần dành cho học sinh yếu kém

: Bài 30 a;

Phần dành cho học sinh trung bình

: Bài 30 c;

Phần dành cho học sinh khá giỏi

: Bài 31;

Ra thêm bài tập:

Phần dành cho học sinh khá giỏi

: 1.29a,b; 1.30; 1.31(SBT).

Phần dành cho học sinh trung bình

: 1.28a; 1.32 a,b,c (SBT).

MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Tiết 3

Vào bài: (ví dụ₁)

a) Hạ bậc của biểu thức $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$

b) Tìm x để $f(x) = 0$

Câu hỏi chung cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình.

Giáo viên yêu cầu một học sinh trung bình nhắc lại công thức hạ bậc?

Sau đó gọi một học sinh trung bình lên bảng làm phần a).

Hoặc sử dụng phiếu học tập số 01

$$\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1$$

Từ đó tìm x để $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 0$

3. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx.

+ GV nêu dạng tổng quát của phương trình .

+ Cho phương trình (1), (2), (3), (4). Hãy nhận dạng phương trình (*). Gọi một học sinh yếu kém trả lời?

Sau đó giáo viên gọi mở và khẳng định phương trình có dạng ().*

(1), (2) là những phương trình dạng (*).

+ Tìm hướng giải (*)?

Cách 1: Như ví dụ₁.

Cách khác

Trước hết ta thử $\cos x$ bằng không vào phương trình?

+ Hãy nêu cách giải phương trình $a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$? với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

+ Định nghĩa: Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$ là phương trình có dạng

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

(*)

Trong đó $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

+ Minh họa: Trong các phương trình sau:

$$-\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

(1)

$$4 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - 6 \cos^2 x = 0$$

(2)

$$3 \sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$$

(3)

$$\sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 1$$

(4)

chỉ có phương trình (1); (2) có dạng (*)

+ Phương pháp giải:

Cách 1: Hạ bậc rồi đưa về dạng phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Cách 2:

	- Kiểm tra $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ($\cos x = 0$) có là nghiệm của (*) hay không (thỏa mãn (*) hay không)? - Với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ($\cos x \neq 0$), Chia hai vế của (*) cho $\cos^2 x$, ta được phương trình $a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$. Là phương trình bậc hai theo $\tan x$ khi $a \neq 0$, phương trình bậc nhất theo $\tan x$ khi $a = 0$ và $b \neq 0$. Chú ý: Tương tự như vậy, ta có phương trình theo $\cot x$.
+ Thay $\cos x = 0$ có thỏa mãn (2)? + Hay $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ có là nghiệm của phương trình (2) hay không? <i>Câu hỏi dành cho cả lớp xong chủ định dành cho học sinh yếu kém?</i> + Tương tự như vậy, nếu ta chia hai vế cho $\sin^2 x$. + Tương tự như vậy ta giải được phương trình: $\sin^3 x - \frac{\sin^3 x \sin 2x}{\cos^2 x} + \cos^3 x = 0$ Bằng cách đưa về phương trình ẩn theo $\tan x$. (Dành cho học sinh khá giỏi)	<u>Giải (2):</u> + Ta thấy $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ không là nghiệm phương trình (2), vì $-1 = 0$ (sai). + Chia hai vế (2) cho $\cos^2 x$, ta được $4 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 5 \frac{\sin x}{\cos x} - 6 = 0$ $\Leftrightarrow 4 \tan^2 x - 5 \tan x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = -\frac{3}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \arctan 2 + k\pi \\ x = \arctan(-\frac{3}{4}) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ Vậy nghiệm phương trình là $\begin{cases} x = \arctan 2 + k\pi \\ x = \arctan(-\frac{3}{4}) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
+ Ta có thể giải phương trình (1) bằng cách nào nữa? + Phương trình dạng $a \sin x + b \cos x = 0, ab \neq 0$ thì	Nhận xét: + Nếu (*) có $a = 0$ thì ta nên đưa về phương trình tích $\cos x (b \sin x + c \cos x) = 0$.

nên đưa về phương trình $\tan x$ hoặc $\cot x$. + (4) $\Leftrightarrow$ (1). + Ta có thể đưa phương trình (3) về dạng (*) được hay không? <i>Câu hỏi cho cả lớp xong chủ định dành cho học sinh trung bình.</i> (bài về nhà)	(tương tự nếu $c = 0$). Minh họa: phương trình (1) + Nếu phương trình có dạng $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (**) Khi đó ta có thể đưa về phương trình dạng (*) bằng cách thay $d = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$. Minh họa: Phương trình (4). + Do $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, nên phương trình (3) $\Leftrightarrow 3 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$
--	--

❖ **Củng cố:**

- + Nắm được dạng phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$.
- + Biết 2 cách giải:
 - Cách 1: Hạ bậc rồi quy về phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.
 - Cách 2: Đưa về phương trình bậc hai ẩn $\tan x$ hoặc $\cot x$.
- + Biến đổi một số phương trình đơn giản về dạng trên.

Phiếu học tập số 02

Câu1: Giải phương trình sau bằng cách đưa về phương trình ẩn là $\tan x$

$$3 \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0 \quad (\text{dành cho học sinh yếu kém}).$$

Câu2: Giải phương trình sau bằng cách hạ bậc, rồi đưa về phương trình bậc nhất đối với $\sin$ và $\cos$:

$$3 \sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0 \quad (\text{dành cho học sinh trung bình}).$$

Câu3: Giải phương trình sau bằng 2 cách:

$$\cos^2 x + 5 \sin x \cos x - \sin^2 x = 2 \quad (\text{dành cho học sinh khá giỏi}).$$

Ra bài tập phân hóa về nhà

Phần chung : Bài 33(SGK)

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 38a; 41a; 46c; 47b.

Phần dành cho học sinh trung bình: Bài 38c; 41b; 47c.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 38b; 41c; 46d; 47a.

Bài tập ra thêm HS trung bình : Bài 1.36 a,b,c,d ; khá giỏi:

Bài 1.36 e; 1.63 a,b,c,d (SBT)

MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Tiết 4

GV: Hãy nhắc lại công thức biến đổi tích thành tổng và tổng thành tích?	$+ \cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}.$
<i>Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh yếu kém.</i>	$\sin a \sin b = -\frac{\cos(a+b) - \cos(a-b)}{2}.$
<i>Giáo viên có thể sử dụng bảng phụ hoặc một học sinh lên bảng viết.</i>	$\sin a \cos b = \frac{\sin(a+b) + \sin(a-b)}{2}.$
<i>Cuối cùng giáo viên chuẩn hoá kiến thức (nếu cần).</i>	$+ \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
	$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
Giáo viên có thể cho học sinh nhắc lại đối với $\tan x \pm \tan y$ và đối với $\cot x \pm \cot y$.	$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
	$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

4. Một số ví dụ khác

a) Giải phương trình (có sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng).

Ví dụ 1: (Phiếu học tập số 01)

Câu 1: Cho phương trình

$$\cos 6x \cos x = \cos 3x \cos 4x \quad (1)$$

Hãy biến đổi thành tổng ở mỗi vế của phương trình (1). Từ đó tìm nghiệm của phương trình.

Câu 2: Giải phương trình

$$\sin 2x \sin 5x = \sin 3x \sin 4x \quad (2)$$

Câu 3: Giải phương trình

$$\cos 5x \sin 4x = \sin 5x \cos 4x \quad (3)$$

Sau khoảng 3', yêu cầu 3 học sinh lên bảng làm (học sinh yếu kém: (1); trung bình: (2); khá giỏi: (3)).

GV: Tiếp theo, cho học sinh nhận xét, giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần)

Câu 1: Ta có $\cos 6x \cos x = \frac{\cos 7x + \cos 5x}{2} = \frac{\cos 7x}{2} + \frac{\cos 5x}{2}$

$\cos 3x \cos 4x = \frac{\cos 7x + \cos(-x)}{2} = \frac{\cos 7x}{2} + \frac{\cos x}{2}$ Nên phương trình

$$\cos 6x \cos x = \cos 3x \cos 4x \Leftrightarrow \frac{\cos 7x}{2} + \frac{\cos 5x}{2} = \frac{\cos 7x}{2} + \frac{\cos x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 5x = \cos x \Leftrightarrow 5x = \pm x + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Nghiem của phương trình là } \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2:

$$(2) \Leftrightarrow \frac{\cos 3x - \cos 7x}{2} = \frac{\cos x - \cos 7x}{2} \Leftrightarrow \cos 3x = \cos x \Leftrightarrow 3x = \pm x + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy nghiệm phương trình là } x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Câu 3: } \cos 5x \sin 4x = \sin 5x \cos 4x \Leftrightarrow \frac{\sin 9x - \sin x}{2} = \frac{\sin 9x + \sin x}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy nghiệm phương trình là } x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Lưu ý: } (3) \Leftrightarrow \sin 5x \cos 4x - \cos 5x \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0.$$

$$\text{GV: cho ví dụ } \cos 6x \cos 2x + \frac{1}{2} = 0$$

Để học sinh hạ bậc, sau đó để giải tiếp phương trình cần đến công thức biến tổng thành tích?

b) giải phương trình (có sử dụng công thức biến tích thành tổng)

$$\text{GV: Yêu cầu HS giải phương trình } \cos 6x \cos 2x + \frac{1}{2} = 0 (*)$$

Ví dụ₂: giải phương trình

$$\cos 6x \cos 2x + \frac{1}{2} = 0 \quad (4)$$

Lời giải:

$$(4) \Leftrightarrow \frac{\cos 8x + \cos 4x}{2} + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos 8x + \cos 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 4x + \cos 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x(2\cos 4x + 1) = 0 (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ 2\cos 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ \cos 4x = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} k\pi \end{cases}$$

($k \in \mathbb{Z}$). Vậy nghiệm của phương trình $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} k\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

(Đối với học sinh yếu kém và trung bình có thể cần sự hỗ trợ của giáo viên, trước hết hãy biến tích thành tổng).

GV chuẩn hóa kiến thức, phương trình(*), gọi là phương trình tích.

GV: Có thể giải theo phương trình bậc hai theo $\cos 4x$. Hoặc sử dụng công thức nhân ba đối với $\cos 6x = \cos(3 \cdot 2x) = 4\cos^3 2x - 3\cos 2x$

❖ **Củng cố**

Luyện tập (phát phiếu học tập số 02)

Ví dụ₃: Giải phương trình (theo từng đối tượng học sinh)

1. $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$

Hãy biến đổi thành tích ở mỗi vế của phương trình. Từ đó giải phương trình

2. $\tan x + \tan 2x = \frac{\sin 3x}{\cos x}$

Hãy biến đổi thành tích ở vế trái. Từ đó giải phương trình.

3. $\tan x + \tan 2x = \sin 3x \cos x$

HS khá giỏi ý 3, trung bình ý 2, yếu kém ý 1.

Làm bài trong khoảng 5'-7', sau đó yêu cầu học sinh lên bảng trình bày khoảng 3', GV cho học sinh nhận xét và chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

❖ **Ra bài tập phân hóa về nhà:**

Phần chung : Bài số 34 SGK.

Phần dành cho học sinh yếu kém : 36c.

Phần dành cho học sinh trung bình : 36d; 42a.

Phần dành cho học sinh khá giỏi : 36e; 42d.

Bài tập thêm: (Dành cho học sinh trung bình ý a và khá giỏi ý b)

Giải phương trình và biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

a) $\tan x + \tan 2x = \sin 3x \cos x$ b) $\tan x + \tan 2x = \frac{\sin 3x}{\cos x}$.

MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Tiết 5

<u>Vào bài:</u> + Giáo viên yêu cầu 1 học sinh yếu kém nhắc lại công thức hạ bậc, giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = a \sin x + b \cos x + c$ (với $a^2 + b^2 \neq 0$). Sau đó giáo viên chuẩn lại kiến thức và ghi bảng hoặc sử dụng bảng phụ.	$+ \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$ $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$ + Hàm số $y = a \sin x + b \cos x + c$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ có giá trị lớn nhất là $\sqrt{a^2 + b^2} + c$, giá trị nhỏ nhất là $c - \sqrt{a^2 + b^2}$.
c) Giải phương trình (có sử dụng công thức hạ bậc, phương trình tích) + Hãy hạ bậc, sau đó hãy giải phương trình (<i>Dành cho học sinh trung bình, yếu kém</i>). Sau khoảng 2', gọi 1 học sinh trung bình-khá lên bảng (3'). Tiếp theo cho học sinh nhận xét và chuẩn hóa kiến thức. + Có thể đưa về phương trình bậc ba ẩn t với $t = \cos 2x \in [-1; 1]$ (<i>dành cho học sinh khá giỏi</i>). + Hãy biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác (<i>số điểm cuối là?</i>)	<u>Ví dụ₁</u>: Giải phương trình $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2 \sin^2 2x \quad (1)$ <u>Bài giải:</u> $+ (1) \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos 6x}{2} = 1 - \cos 4x$ $\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 6x = 2 \cos 4x$ $\Leftrightarrow 2 \cos 4x \cos 2x - 2 \cos 4x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos 4x (\cos 2x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = k2\pi \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vậy nghiệm}$ (1) là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
+ Phiếu học tập số 01 theo nhóm: Ví dụ₂ (theo 1 bàn hoặc 2 bàn) sao cho có các đối tượng học tập. Sau khoảng 3', nhóm trưởng cho kết quả và trình bày trên bảng, giáo viên kiểm tra các nhóm, sau khoảng 3' giáo viên cho học sinh nhận xét và chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).	<u>Ví dụ₂</u>: a) Chứng tỏ rằng: $2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - \sin^2 2x$ b) Giải phương trình: $1 + \sin 2x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) \quad (2)$

Lời giải:

a) Ta có $2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x]$
 $= 2(1 - \frac{\sin^2 2x}{2}) = 2 - \sin^2 2x$. Vậy $2(\sin^4 x + \cos^4 x) = 2 - \sin^2 2x$.

b) Theo trên ta có phương trình: $2 - \sin^2 2x = 1 + \sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin 2x + \sin 2x - 1 = 0$. Đặt $t = \sin 2x$ với điều kiện $t \in [-1; 1]$, ta được

phương trình $t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ t_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$. Chỉ có $t_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn

($t_2 < -1$ bị loại).

+ Với $t_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$, ta có phương trình $\sin 2x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. Phương trình này cho

nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + k2\pi \\ x = \frac{1}{2} (\pi - \frac{\sqrt{5}-1}{2}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy phương trình (2) có nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + k2\pi \\ x = \frac{1}{2} (\pi - \frac{\sqrt{5}-1}{2}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

+ <u>Ví dụ</u>₃: Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x \quad (3)$ a) Biến đổi phương trình thành tích. b) Giải phương trình (3). <i>Yêu cầu học sinh khá giỏi làm ý b), học sinh trung bình và yếu kém làm ý a).</i>	a) Ta có $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x)$ $= (\cos x + \sin x)(\cos - \sin x)$ $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)[(1 - \sin x \cdot \cos x) - (\cos x - \sin x)]$ $= 0$
---	---

b) (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 (vd_{3.1}) \\ (\sin x - \cos x) - \sin x \cos x + 1 = 0 (vd_{3.2}) \end{cases}$

+ $vd_{3.1} \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

+Đặt $t = \sin x - \cos x$ thì $t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ và $\sin x \cos x = \frac{1-t^2}{2}$. Khi đó phương

trình $vd_{3.2}$ có dạng: $t - \frac{1-t^2}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

+ Lúc đó ta có phương trình: $\sin x - \cos x = -1$

$$\Leftrightarrow \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 1 \Leftrightarrow \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm phương trình là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lưu ý: Khi đặt ẩn phụ, phải xác định điều kiện của ẩn phụ. Hãy biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

❖ Củng cố (khoảng 5'-7')

Phiếu học tập số 02

Giải phương trình

a) $\sin^2 4x + \sin^2 3x = \sin^2 2x + \sin^2 x$ (Dành cho học sinh yếu kém).

b) $3\sin^4 x + 5\cos^4 x - 3 = 0$ (Dành cho học sinh trung bình)

c) $6(\sin x - \cos x) - \sin x \cos x = 6$ (Dành cho học sinh khá giỏi).

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

Phần chung : Bài 35 (SGK tr42).

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 36d;

Phần dành cho học sinh trung bình : Bài 42c

Phần dành cho học sinh khá giỏi : Bài 42d

Bài tập ra thêm (khá giỏi làm ý e,g,h; trung bình làm ý b,d,f; yếu kém ý a,b,f)

Giải phương trình

a) $5\sin 2x - 6\cos^2 x = 13$

b) $\sin^2 4x + \sin^2 3x = \sin^2 2x + \sin^2 x$

c) $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$

d) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 4x = 2$

e) $\sin^2 x + \sin^2 \frac{x}{2} = 0,5$

f) $6(\sin x - \cos x) - \sin x \cos x = 6$

g) $1 + \sin 2x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x)$

h) $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos 2x$

MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƠN GIẢN

Tiết 6

d) Giải phương trình bằng cách đặt biểu thức lượng giác làm ẩn phụ.

GV: Phương trình có dạng: $a(\sin x + \cos x) + b \sin x \cos x = c$ ($a^2 + b^2 > 0$) (*)

GV: Hãy cho biết mối quan hệ giữa $\sin x + \cos x$ và $\sin x \cos x$?

GV: Nếu $t = \sin x + \cos x$ thì t có điều kiện ?

Cách giải: Đặt $t = \sin x + \cos x$, với $|t| \leq \sqrt{2}$. Khi đó $\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$ và (*) có

dạng $bt^2 + at + c = 0$ (**)

+ Giải phương trình (**), chọn $t_0 \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ là nghiệm của (**)

+ Giải tiếp phương trình $\sin x + \cos x = t_0$ (***)

Ví dụ 1: Giải phương trình

$$5\sin 2x + \sin x + \cos x = -1 \quad (1)$$

Yêu cầu học sinh hoạt động theo nhóm (1 bàn hoặc 2 bàn) có đủ các trình độ nhận thức.

Sau khoảng 3', các nhóm trưởng cho kết quả và một học sinh khá lên bảng trình bày.

Bài giải: Đặt $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$, với $|t| \leq \sqrt{2}$. Khi đó $\sin 2x = t^2 - 1$ và

$$(1) \Leftrightarrow 5(t^2 - 1) + t = -1 \text{ hay } \Leftrightarrow 5t^2 + t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{4}{5} \end{cases}$$

- Với $t = 1$, ta có phương trình $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1 \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(-\frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

($k \in \mathbb{Z}$)

- Với $t = \frac{4}{5}$, ta có $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{4}{5}$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{5} - \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{5} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy (1) có 4 họ nghiệm là: $x = \pi + k2\pi$; $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{5} + k2\pi; \quad x = \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{5} - \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

GV: Nếu ta thay “-1” là “-6” thì kết quả như thế nào?

Ví dụ 2:

$$5\sin 2x + \sin x + \cos x = -6 \quad (2)$$

Dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh yếu kém. Sau khoảng 2’ gọi một học sinh yếu kém trình bày trên bảng 2’, tiếp theo cho học sinh nhận xét và giáo viên

Tương tự ta có phương trình $5t^2 + t + 1 = 0$ (phương trình vô nghiệm do $\Delta < 0$). Vậy phương trình đã cho vô nghiệm. n chuẩn hóa kiến thức.

$$\text{Ví dụ}_3: 2(\cos x - \sin x) + 3\sin x \cos x - 2 = 0 \quad (2)$$

Sau khoảng 1’, giáo viên gọi một học sinh khá lên bảng trình bày, trong thời gian đó giáo viên có thể gọi mở cho học sinh, đặc biệt là học sinh yếu kém.

Khoảng 3’-5’, giáo viên cho học sinh nhận xét lời giải và chuẩn hoá kiến thức

$$\text{Đặt } t = \cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \quad |t| \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } \sin x \cos x = \frac{1-t^2}{2} \text{ và phương trình (2) có dạng } 2t + 3 \cdot \frac{1-t^2}{2} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$$

- Với $t = 1$, ta có:

$$\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

❖ **Củng cố:**

Phiếu học tập số 01

(theo nhóm học tập có học sinh khá giỏi, trung bình và yếu kém)

Giải các phương trình sau:

a) $(2 + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) - 2 \sin x \cos x = 2\sqrt{2} + 1$

b) $\frac{\sin^2 x}{4} + \sin x \cos 4x + \cos^2 4x = 0$

Giáo viên yêu cầu thêm học sinh nhận dạng trước khi giải?

Ra bài tập phân hóa về nhà

Phần chung : 42d; 49.

Phần dành cho học sinh yếu kém : 39b

Phần dành cho học sinh trung bình : 38b

phần dành cho học sinh khá giỏi : 50b.

(SGK tr 46-47)

Bài tập ra thêm

Câu1: Giải các phương trình (*học sinh yếu kém và trung bình*)

a. $(2 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) - 2 \sin x \cos x = 2\sqrt{2} + 1$

b. $\sin^3 x \cos x - \sin x \cos^3 x = \frac{\sqrt{2}}{8}$

c. $\sin x + \cos x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{10}{3}$

Câu2: Giải các phương trình (*học sinh khá giỏi*)

a. $(2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x$

b. $\sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$

c. $\sin^2 x + \sin x \cos 4x + \cos^2 4x = \frac{3}{4}$

d. $3 \tan 2x \cot 3x + \sqrt{3}(\tan 2x - 3 \cot 3x) - 3 = 0$

e. $\sin x + \cos x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = \frac{10}{3}.$

Từ đó tìm nghiệm trên khoảng $(\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4})$

Tính giá trị gần đúng (chính xác tới hàng phần nghìn)

Luyện tập (2 tiết)

Tiết1

A. MỤC TIÊU

Giúp học sinh

1. Kiến thức:

✎ Cơ bản.

+ Giải được các phương trình lượng giác chỉ chứa một hàm số lượng giác (bậc một, bậc hai), phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

+ Thể hiện được một số phương trình lượng giác đơn giản để đưa về dạng trên.

+ Nhận dạng giải được phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

✎ Nâng cao.

+ Giải được một số phương trình lượng giác, bằng phương pháp đặt ẩn phụ để đưa về phương trình đại số bậc ba, trùng phương , ...

+ Biến đổi được $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$ với $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$,

$\alpha \in [0; \pi]$.

+ Một số ví dụ về bài toán thực tiễn.

2. Kỹ năng:

✎ Cơ bản.

+ Rèn luyện thêm những kỹ năng giải các phương trình lượng giác chỉ chứa một hàm số lượng giác và dạng $a \sin x + b \cos x = c$ ($a^2 + b^2 \neq 0$).

✎ Nâng cao.

+ Biến đổi thành thạo một số dạng phương trình lượng giác đơn giản về phương trình đã gặp.

+ Chuyển từ một số bài toán mang tính thực tiễn sang bài toán lượng giác (lượng giác hóa một số bài toán thực tiễn).

3. Tư duy:

+ Khả năng tương tự, phân tích, tổng hợp.

+ Phát huy được tư duy một cách lôgic, có hệ thống.

+ Phát triển tư duy sáng tạo, tư duy đặc biệt hóa, khái quát hóa.

4. Thái độ:

- + Tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, có tinh thần hợp tác, nghiêm túc và tự giác hoạt động học tập.
- + Có ý thức xây dựng bài học.

B. PHƯƠNG TIỆN DẠY HỌC

☞ Về giáo viên:

- + Giáo án; máy vi tính; máy chiếu projector; máy hắt(nếu có); bảng phụ, ...
- + Phiếu học tập có chứa câu hỏi(bài tập) phân hóa cho các đối tượng học sinh.
- +Thước kẻ, compa, máy tính CASIO-fx 500MS, ...

☞ Về học sinh:

- + Bảng phụ(nhỏ); máy tính CASIO-fx 500MS; thước kẻ; compa, phấn viết bảng; sách giáo khoa,...
- + Ôn lại những kiến thức có liên quan như công thức biến đổi lượng giác. Cách giải phương trình lượng giác cơ bản, phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

C. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Vấn đáp gợi mở kết hợp với tổ chức hoạt động nhóm, cá nhân theo định hướng phân hóa.

D. TIẾN TRÌNH BÀI HỌC

❖ Ôn định lớp: 1'

❖ Bài mới:

Vào bài:

Cho biết dạng và cách giải phương trình chỉ chứa một hàm số lượng giác (bậc một, bậc hai); bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$?

Câu hỏi dành cho cả lớp, xong chủ định dành cho học sinh trung bình-yếu trả lời.

Sau đó cho học sinh nhận xét và giáo viên chuẩn hóa lại kiến thức(hoặc sử dụng bảng phụ).

Mở rộng cho phương trình bậc ba, trùng phương với ẩn là một trong các biểu thức lượng giác.

1. Dạng phương trình bậc nhất, bậc hai chỉ chứa một hàm số lượng giác.

GV: Phát phiếu học tập số 01

Câu 1: Giải các phương trình sau

$$\text{a) } 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \quad (1a) \qquad \text{b) } 6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0 \quad (1b)$$

Câu 2: Giải các phương trình sau

$$\text{a) } (\sin x + 1)(2\cos 2x - \sqrt{2}) = 0 \quad (2a) \qquad \text{b) } \cot^2\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = 1 \quad (2b)$$

Câu 3: Giải các phương trình sau

$$\text{a) } \sqrt{3} \tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + 1 = 0 \quad (3a) \quad \text{b) } 4 \sin^4 x + 12 \cos^2 x = 7 \quad (3b)$$

Chia thành từng nhóm đối tượng:

Câu 1: HS yếu kém, Câu 2: HS trung bình, Câu 3: HS khá giỏi.

Sau khoảng 3'-4' gọi một học sinh tương ứng lên bảng trình bày. Cuối cùng giáo viên cho nhận xét và chuẩn hóa kiến thức

2. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Phiếu học tập số 02

Câu 1:

a) Giải phương trình: $\sin x - \cos x = 0$

b) Tìm m để phương trình $\sin x + m \cos x = m + 1$ có nghiệm?

Câu 2:

a) Giải phương trình $\sin x + \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

b) Tìm m để phương trình $\sin x + m \cos x = m + 1$ vô nghiệm?

Câu 3: Tìm nghiệm $t \in [0; 2]$ của phương trình sau:

$$\cos^2 \left[\frac{\pi}{3} (2t - 1) \right] = 1.$$

Chia theo từng đối tượng học sinh:

Câu 1-HS yếu kém, Câu 2-HS trung bình, Câu 3-HS khá giỏi.

Sau khoảng 3'-5', yêu cầu học sinh lên trình bày theo từng đối tượng. Tiếp theo yêu cầu học sinh nhận xét và giáo viên chuẩn hóa kiến thức (nếu cần).

❖ **Củng cố:** (Hoạt động theo nhóm có học sinh yếu kém, trung bình, khá giỏi)

Phiếu học tập số 03

Hãy chỉ ra những khẳng định đúng, trong các khẳng định sau

Câu 1. Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$

a) Vô nghiệm.

b) Có nghiệm.

Câu 2: Phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$ có đúng một nghiệm thuộc

$$\left[-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3} \right].$$

Câu 3.

Hàm số $y = 3 \sin x + 4 \cos x + 5$ giá trị lớn nhất là 10, nhỏ nhất là -10.

Câu 4. Phương trình $2 \cos x + \sqrt{5} \sin x - m = 0$ có nghiệm khi $-3 \leq m \leq 3$.

Câu 5. Hàm số $y = \sin^2 x + \sin x \cos x + 3\cos^2 x$

- a) Có giá trị lớn nhất là $\frac{4+\sqrt{5}}{2}$ b) Có giá trị nhỏ nhất là $\frac{4-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 6. Phương trình $\tan x + 2\cot x = -3$

- a) Có đúng 1 nghiệm thỏa mãn $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
b) Có đúng 2 nghiệm thỏa mãn $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
c) Với $180^\circ < x < 360^\circ$ thì phương trình vô nghiệm.

Câu 7. Phương trình $(\tan x + \cot x)^2 + \tan x + \cot x = 2$

- a) Vô nghiệm b) Có nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
c) Có nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❖ Ra bài tập phân hóa về nhà:

Phần chung : Bài 40; 38; 39.

Phần dành cho học sinh yếu kém : Bài 41a.

Phần dành cho học sinh trung bình: Bài 41b;

Phần dành cho học sinh khá giỏi : bài 31; 37; 41 b,c.

Bài tập ra thêm

Giải các phương trình

Câu 1 (học sinh trung bình-yếu kém)

- a. $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$ b. $4\sin^4 x + 12\cos^2 x = 7$
c. $\tan^2(2x - \frac{\pi}{4}) = 3$ d. $\cot^2(x + \frac{\pi}{5}) = 1$

e. Tìm nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình: $\sin 3x = \cos x$

Câu 2 (học sinh khá giỏi)

- a. $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 0$ b. $\frac{1 - \cos 2x}{2} + \sin x \cos x = \cos^2 x$
c. $\cot[\frac{\pi}{3}(\sin x - \cos x)] = 1$ c. $\sin^3 x + \cos^3 x = \sin x - \cos x$

d. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm:

$$\sin x - \cos x - \sin 2x = m.$$