

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

Phần II: Con lắc đàn hồi

A. Trước hết, ta hãy trả lời 2 câu hỏi của bài học trước

(Dao động và sóng cơ học - Phần 1)

Câu 1: Trong bài toán dao động, điều bắt buộc khi chọn trục ox để giải bài toán là :

+ Gốc 0 phải trùng với vị trí cân bằng của vật.

+ Phương của trục ox phải trùng với phương chuyển động.

còn chiều + của trục ox thì có thể chọn một cách tùy ý. Nếu thay đổi chiều + của trục ox thì ta sẽ làm thay đổi điều kiện ban đầu, khi đó pha ban đầu φ sẽ bị đổi dấu.

Câu 2 : Để viết phương trình dao động, ta phải xác định 2 hằng số A và φ . Thực ra 2 hằng số này có liên quan với nhau và phụ thuộc điều kiện ban đầu của vật dao động. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, đầu bài phải cho 2 điều kiện toạ độ x_0 và vận tốc v_0 của vật.

- Nếu $x_0 = a$; $v_0 = 0$ thì ly độ ban đầu chính là biên độ dao động và pha ban đầu sẽ là + hoặc $-\frac{\pi}{2}$

- Nếu $x_0 = 0$; $v_0 = v$ thì $v_0 = V_{\max} = A\omega \rightarrow A = \frac{v_0}{\omega}$

và pha ban đầu $\varphi = 0$

- Nếu $x_0 \neq 0$; $v_0 \neq 0$ thì biên độ $A \neq x_0$ và $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$

Để pha ban đầu $\varphi = \pi/3$ thì

$$\text{Từ } x_0 = A \sin \left(\omega 0 + \frac{\pi}{3} \right) = A \sin \frac{\pi}{3} = A \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{và } v_0 = A\omega \cos \left(\omega 0 + \frac{\pi}{3} \right) = A\omega \cos \frac{\pi}{3} = A\omega/2$$

ta suy ra : ở thời điểm ban đầu, ta phải đưa vật đến toạ độ $x_0 = A \sqrt{\frac{3}{2}}$ và

đồng thời truyền cho vật vận tốc $v_0 = A \frac{\omega}{2}$

B.BÀI GIẢNG**I/ Dao động của con lắc đàn hồi**

Chúng ta đã biết, theo sách giáo khoa Vật Lý lớp 12 :

Phương trình vi phân của con lắc đàn hồi là $x'' + \frac{k}{m} x = 0$

suy ra vật dao động với chu kì $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

II/ Dao động của vật dưới tác dụng của 2 lò xo**1. Phương pháp thay thế tương đương**

Ta hãy thay 2 lò xo bằng 1 lò xo mới có độ cứng k tương đương với 2 lò xo ban đầu.

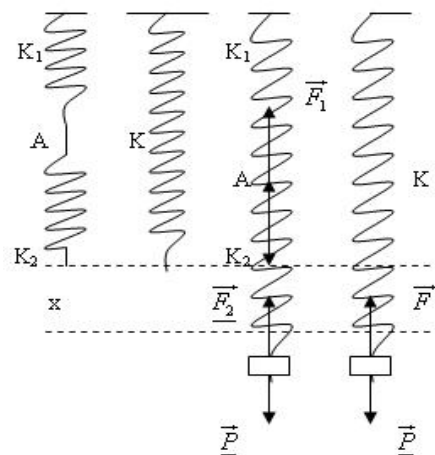
a/ Hai lò xo nối tiếp :

Lò xo mới được coi là tương đương với hệ 2 lò xo nối tiếp nếu :

+ Khi chưa treo vật : độ dài của lò xo mới bằng tổng độ dài của 2 lò xo ban đầu.

+ Khi treo vật : Lò xo mới giãn thêm x bằng tổng độ giãn của 2 lò xo ban đầu

$$x = x_1 + x_2 \quad (1)$$



Khi vật ở dưới hệ 2 lò xo nối tiếp :

$$\text{Vật cân bằng } P = F_2 = k_2 x_2 \text{ suy ra } x_2 = \frac{P}{k_2}$$

Điểm A nối giữa 2 lò xo cân bằng

$$F_1 = F_2 = P \text{ suy ra } k_1 x_1 = P \text{ suy ra } x_1 = \frac{P}{k_1}$$

Khi vật dưới lò xo mới :

$$\text{Vật cân bằng : } P = F = kx \text{ suy ra } x = \frac{P}{k}$$

$$\text{Thay vào (1) : } \frac{P}{k} = \frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2} \text{ suy ra } \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$\text{hay } k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

b/ Hai lò xo song song :

Cũng chứng minh tương tự trường hợp trên ta được $k = k_1 + k_2$

Ví dụ :

Cho 2 lò xo có độ cứng k_1, k_2 và một vật khối lượng m .

Nếu treo vật ở dưới lò xo 1 và kích thích cho nó dao động thì chu kì dao động là $T_1 = 0,32$ s. Nếu treo vật dưới lò xo 2 thì chu kì là $T_2 = 0,24$ s. Mắc 2 lò xo nối trên nối tiếp rồi treo vật ở dưới hệ.

a/ Tính chu kì dao động của vật.

b/ Cho $m = 250$ g, 2 lò xo cùng chiều dài 20 cm . ở thời điểm ban đầu, người ta nâng vật lên để cả 2 lò xo cùng không biến dạng rồi thả không vận tốc ban đầu.

Viết phương trình của dao động của vật.

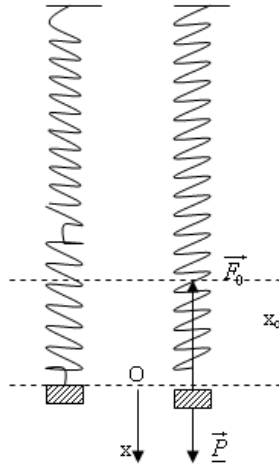
Tính độ dài lớn nhất và nhỏ nhất của hệ trong quá trình dao động. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

Giải :

a/ Tính chu kì dao động

- Vật ở dưới lò xo 1 : $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}}$ suy ra $T_1^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k_1}$
- Vật ở dưới lò xo 2 : $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}}$ suy ra $T_2^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k_2}$

Suy ra : $T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$ (2)



- Vật ở dưới hệ 2 lò xo nối tiếp : Theo chứng minh ở trên, có thể thay hệ bằng lò xo mới có độ cứng k tính bởi công thức :

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (3)$$

Chu kì dao động của vật $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ suy ra

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} = 4\pi^2 m \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \quad (4)$$

So sánh (2) và (4) ta được :

$$T^2 = T_1^2 + T_2^2$$

do đó : $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{0,32^2 + 0,24^2} = \underline{\underline{0,4s}}$

b/ Lập phương trình dao động

- Từ (4) : $k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2} = 4.3,14.0,25 / 0,4^2 = 61,6 \text{ N/m}$
- Khi vật cân bằng $\vec{P} + \vec{F}_0 = \vec{0}$

$$\text{suy ra } mg - kx_0 = 0 \quad \text{suy ra } x_0 = \frac{mg}{k} = 0,25 \cdot 10 / 61,6 = 0,04 \text{ m}$$

+ Vì vật được thả không vận tốc ban đầu nên $A = x_0 = 0,04 \text{ m}$

$$+ \text{Tần số góc } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi$$

+ Khi $t = 0$ vật được nâng lên cao về miền (-) của trục x nên

$$x = -x_0 = -0,04 \text{ m}$$

$$\text{Vậy } -0,04 = 0,04 \sin(\omega t + \varphi) = 0,04 \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = -1 \quad \text{suy ra } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Phương trình dao động : } x = 0,04 \sin \left(5\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ (m)}$$

- Độ dài lớn nhất :

$$L_{\max} = 2l + x_0 + A = 2,0,2 + 0,04 + 0,04 = \underline{\underline{0,48 \text{ m}}}$$

Độ dài nhỏ nhất:

$$L_{\min} = 2l + x_0 - A = 2,0,2 + 0,04 - 0,04 = \underline{\underline{0,4 \text{ m}}}$$

2. Phương pháp sử dụng phương trình vi phân của dao động :

Ví dụ : Cho 1 quả cầu khối lượng $m = 100\text{g}$ được giữ bởi 2 lò xo có độ cứng k_1, k_2 buộc cố định ở 2 điểm A và B . Khi vật cân bằng, lò xo 1 giãn 2 cm, lò xo 2 giãn 3 cm Dùng lực $F = 3\text{N}$ đẩy quả cầu thì nó dịch thêm 1,2 cm. Thả quả cầu không vận tốc ban đầu :

a/ Viết phương trình dao động và tính chu kì T.

b/ Mắc 2 lò xo trên nối tiếp rồi treo vật bên dưới, kéo vật xuống 1 đoạn rồi thả ra. Vật dao động với năng lượng dao động như trường hợp trước. Tính chu kì và biên độ dao động.

- Vật ở vị trí cân bằng :

$$\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = 0$$

$$-k_1 x_{01} + k_2 x_{02} = 0$$

$$k_2 x_{02} = k_1 x_{01}$$

$$k_1 = k_2 x_{02} / x_{01} = k_2 \cdot 0,03 / 0,02 = 1,5 k_2$$

- Khi vật ở toạ độ x :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{ma} \quad \text{suy ra} \quad -k_1(x_{01} + x) + k_2(x_{02} - x) = mx''$$

$$-k_1 x_{01} + k_2 x_{02} - k_1 x - k_2 x = mx''$$

$$-(k_1 + k_2)x = mx''$$

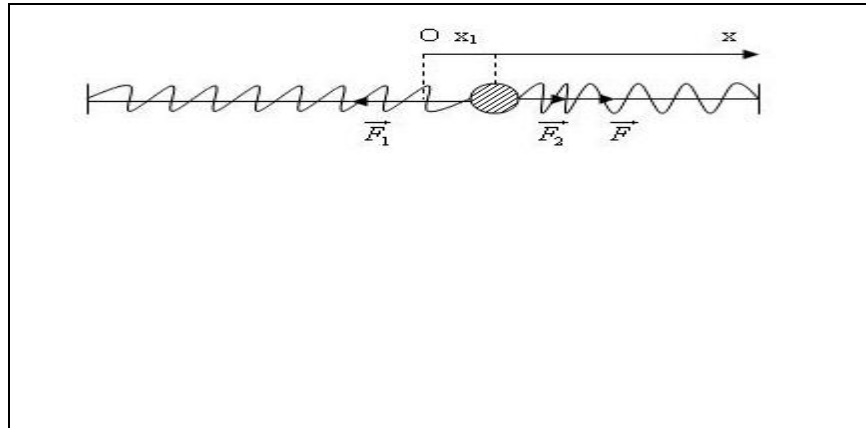
$$\text{Vậy } x'' + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0 \quad \text{Đặt } \frac{k_1 + k_2}{m} = \omega^2$$

$$\text{Thì } x'' + \omega^2 x = 0$$

Ta có thể kết luận

$$\text{Vật dao động điều hoà với chu kì } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

Kết luận : Hai lò xo mắc đối nhau, vật ở giữa thì hai lò xo tương đương với 1 lò xo mới có độ cứng $k = k_1 + k_2$



- Để tính chu kì T , ta chú ý đến điều kiện :

Đẩy vật với lực $F = 3\text{N}$ thì vật dịch $x_1 = 1,2\text{ cm}$.

Khi đó vật cân bằng nên :

$$\vec{F} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$-k_1(x_{01} + x_1) + k_2(x_{02} - x_1) + F = 0$$

$$-k_1 x_{01} + k_2 x_{02} - k_1 x_1 - k_2 x_1 + F = 0$$

$$-k_1 x_1 - k_2 x_1 + F = 0 \text{ suy ra } k_1 + k_2 = F/x = 3/0,012 = 250 \text{ N/m}$$

$$\text{Chu kì dao động của vật } T = 2,3,14 \cdot \sqrt{\frac{0,1}{250}} = \underline{\underline{0,1256 \text{ s}}}$$

$$\text{Phương trình dao động } x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$+ \text{Vật được thả không vận tốc đầu nên } A = x_1 = 0,012 \text{ m}$$

$$+ \text{Tần số góc } \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{\frac{250}{0,1}} = 50 \text{ s}^{-1}$$

$$+ \text{Khi } t = 0 \quad x = x_1 = A$$

$$\text{Vậy } A = A \sin(\omega \cdot 0 + \varphi) \text{ suy ra } \sin \varphi = 1 \text{ vậy } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Phương trình dao động : } x = \underline{\underline{0,012 \sin \left(50t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ m}}}$$

b/ Mắc 2 lò xo nối tiếp :

$$\text{Theo chứng minh ở trên : } k_1 = 1,5k_2 \text{ suy ra } k_1 = 150 \text{ N/m}$$

$$k_1 + k_2 = 250 \text{ N/m} \quad k_2 = 100 \text{ N/m}$$

Khi mắc 2 lò xo nối tiếp : độ cứng tương đương của hệ là

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 150 \cdot 100 / (150 + 100) = 60 \text{ N/m}$$

$$\text{Chu kì dao động của vật là } T' = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2,3,14 \cdot \sqrt{\frac{0,1}{60}} = \underline{\underline{0,256 \text{ s}}}$$

Năng lượng của dao động

$$\text{Lúc đầu} \quad W = \frac{(k_1 + k_2)A^2}{2} = 250 \frac{A^2}{2}$$

$$\text{Khi 2 lò xo nối tiếp } W' = k \cdot \frac{A'^2}{2} = 60 \frac{A'^2}{2}$$

Theo giả thiết, năng lượng ở 2 trường hợp bằng nhau nên

$$250 \frac{A^2}{2} = 60 \frac{A'^2}{2}$$

$$\text{suy ra } A' = A \sqrt{\frac{25}{6}} = 0,04 \sqrt{\frac{25}{6}} = \underline{\underline{0,082 \text{ m}}}$$

Câu hỏi và bài tập

1. Chu kì của con lắc đàn hồi có phụ thuộc vào hệ quy chiếu không ?
2. Kích thước lớn nhỏ của vật dao động trong trường hợp 2 lò xo mắc song song có ảnh hưởng đến bài toán dao động không ?
3. Khi treo vật dưới hệ 2 lò xo nối tiếp, tại sao tác dụng vào vật lại là lực F_2 của lò xo 2 mà không phải là lực F của cả hệ 2 lò xo.
4. Làm các bài tập trong bộ đề luyện thi đại học : Đề 28(2), 35(2), 62(2), 65(2), 71(2)